

## Calcul la solicitări variabile. Oboseala materialelor

### Generalități

Conform clasificării prezentate la începutul cursului, în categoria sarcinilor dinamice sunt incluse și sarcinile ce variază periodic între o limită maximă și una minimă, așa-numitele **sarcini variabile**; în cazul unui element supus acțiunii unor astfel de sarcini se poate vorbi de existența unor **solicitări variabile** sau solicitări la oboseală. Ca exemple de piese supuse la astfel de solicitări se pot enumera: osii de vagoane de cale ferată, arbori din domeniul construcțiilor de mașini (arbori cu came, arbori cotiți, arbori din cutiile de viteze), arcuri de torsiune sau încovoiere, biele, etc.

După cum se poate intui, marea majoritate a pieselor din domeniul construcțiilor de mașini sunt supuse la solicitări variabile; s-a constatat experimental (în urma a numeroase incidente, unele cu urmări tragice\*), că acest tip de solicitări au drept urmare o scădere semnificativă a valorilor caracteristicilor de rezistență ale materialului în raport cu cele corespunzătoare solicitărilor statice. Fenomenul, ca atare, poartă numele de **oboseala materialului**, iar caracteristicile mecanice respective – **limite de oboseală** sau **rezistențe la oboseală**.

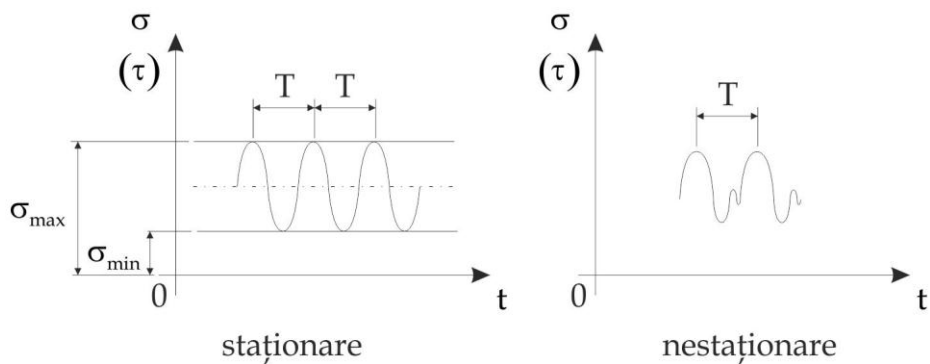
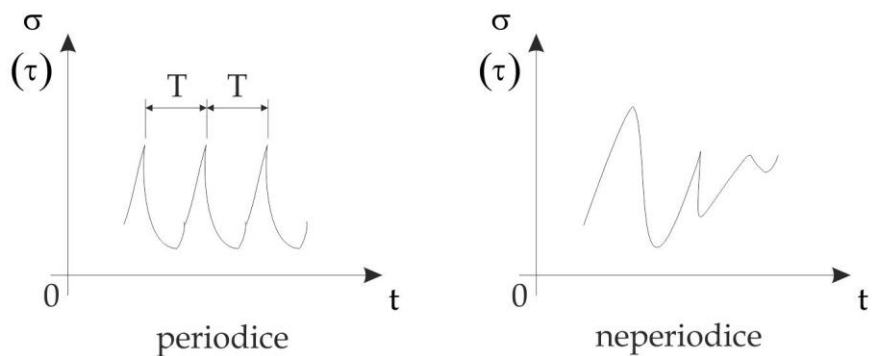
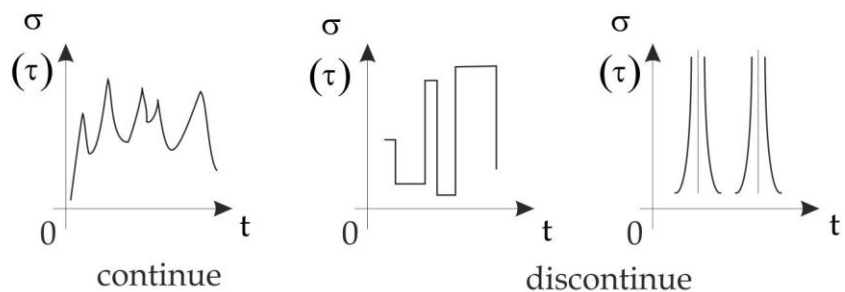
\* - catastrofa feroviară de la Meudon (1842), cazul primului avion cu reacție de pasageri, de Havilland Comet (două catastrofe în termen de câteva luni – 1954), cedarea prin oboseală a unei roți compozite la un tren de mare viteză – Eschede (1998), etc.

### Clasificarea solicitărilor variabile

După modul variației, solicitările pot fi clasificate:

- solicitări variabile continue – tensiunile  $\sigma, \tau$  variază continuu;
- solicitări variabile discontinue – pot fi cu discontinuități relativ mici sau cu discontinuități infinit mari;
- după caracterul variației – periodice sau neperiodice;
- din alt punct de vedere al caracterului variației – staționare (tensiunile  $\sigma, \tau$  variază de un număr de ori, între o limită superioară și una inferioară) sau nestaționare (tensiunile  $\sigma, \tau$

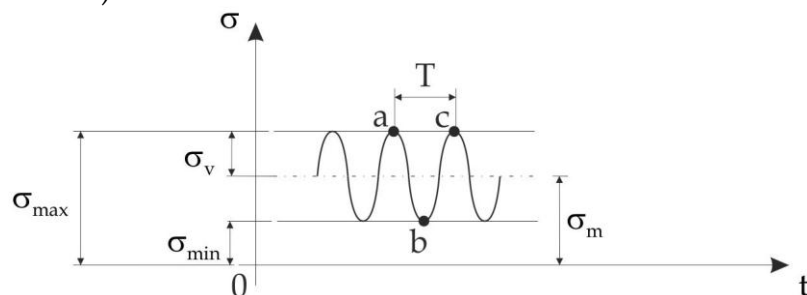
variază ca amplitudine în decursul unei perioade)\*\* .  
solicitări variabile



\*\* - în cazul solicitărilor variabile nestaționare (variable amplitude history data), unele programe de calcul utilizează pentru estimarea amplitudinii metoda introdusă de T. Edo și M. Matsuishi (1968), algoritmul constând în descompunerea unei secvențe neregulate de maxime și minime într-un set echivalent de încărcări succesive de amplitudine constantă. Metoda este cunoscută sub denumirea de „rainflow counting” și implică stabilirea în prealabil a unui număr de discretizare (eșantionare) pentru ciclul nestaționar sudiat (number of bins for rainflow counting).

**Cicluri de solicitări variabile**

În studiul solicitărilor variabile se consideră că eforturile unitare produse de către sarcinile aplicate pieselor, variază în timp periodic, cu o frecvență oarecare (tip de solicitare staționară periodică); variația tensiunii de la o valoare dată până la atingerea aceleiași valori - același semn, formează un **ciclu de solicitare variabilă** (figura de mai jos, tronsonul abc).



Elementele caracteristice ale ciclurilor de solicitări variabile sunt:

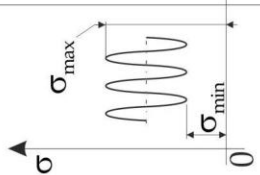
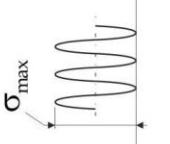
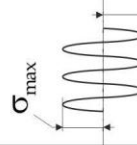
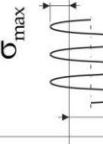
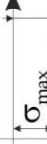
- tensiunea medie,  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$  ;
- amplitudinea tensiunii,  $\sigma_v = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$  ;
- coeficientul de asimetrie al ciclului,  $R = LR = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$  ;
- caracteristica ciclului,  $k = \frac{\sigma_v}{\sigma_m}$  .

Astfel, pot fi determinate limitele superioară și inferioară ale tensiunii sub forma:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_v ;$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_v .$$

Sintetic, ciclurile de solicitări variabile se pot clasifica și defini complet prin valorile  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$ ,  $\sigma_m$ ,  $\sigma_v$ , astfel:

	cicluri asimetrice pozitive		ciclu simetric alternant simetric	cicluri asimetrice negative	
	ondulant pozitiv	pulsator pozitiv		alternant negativ	pulsator negativ
					
$\sigma_{max}$	$>0$	$>0$	$>0$	$>0$	$<0$
$\sigma_{min}$	$>0$	$0$	$<0$	$<0$	$<0$
$\sigma_m$	$>0$	$\frac{1}{2}\sigma_{max} >0$	$0$	$<0$	$\frac{1}{2}\sigma_{min} <0$
$\sigma_v$	$\neq 0$	$\sigma_m$	$\sigma_{max} = -\sigma_{min}$	$\neq 0$	$\neq 0$
<b>R</b>	$0 < R < 1$	$0$	$-1$	$-\infty < R < -1$	$1 < R < \infty$

### Curba lui Wöhler. Rezistența la oboseală

Practica îndelungată a construcțiilor de mașini a impus concluzia că materialele rezistă la solicitări variabile mai puțin decât la solicitări statice, datorită fenomenului de oboseală a materialelor; valorile caracteristicilor de rezistență ale materialelor scad datorită solicitărilor variabile (o piesă care suportă pe timp nedefinit o solicitare statică caracterizată prin valoarea unei tensiuni  $\sigma_{\max}$ , poate ceda după un număr oarecare de cicluri care au valoarea maximă identică -  $\sigma_{\max}$ ).

Fenomenul a fost studiat de către cercetătorul german August Wöhler (1819-1914) care, cu ocazia Expoziției de la Paris din anul 1867, expune un dispozitiv de încărcare repetată a osiilor de cale ferată, fiind astfel puse bazele reprezentării curbei S-N (curbei Wöhler) pentru un material dat. Wöhler a demonstrat că cedarea prin oboseală survine prin propagarea unei fisuri inițiate la suprafața piesei datorită unor defecte, concentratori de tensiune - amorse de rupere fragilă, etc.; aspectul secțiunii unei piese rupte prin oboseală diferă net de cel al piesei rupte prin solicitare statică. Astfel, la ruperea prin oboseală, fisura inițială se extinde; în partea fisurată, cele două părți ale piesei fiind în contact, pe zona respectivă materialul capătă un aspect lucios.

După atingerea pragului de rupere, secțiunea va prezenta două zone: una lucioasă, indicând extinderea treptată a fisurii, alta neregulată (mată), în zona de cedare bruscă (foto dreapta - zona închisă reprezintă propagarea fisurii, zona deschisă, ruperea bruscă).

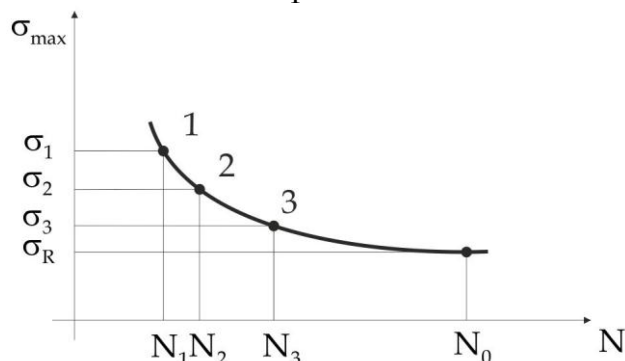
Caracteristica mecanică a materialului supus la solicitări variabile este **rezistența la oboseală**; determinarea acesteia se face experimental prin construirea curbei  $\sigma$ -N (S-N), curba lui Wöhler, în care N reprezintă numărul de cicluri.

Pe scurt, din materialul de studiat se confecționează cel puțin 8 epruvete identice, cu forma și dimensiuni standardizate, epruvete ce sunt testate pe rând cu ajutorul unei mașini de încercat la oboseală. Prima epruvetă se încarcă astfel încât tensiunea maximă atinsă la nive-



lul secțiunii să fie  $\sigma_{\max} = \sigma_1$  ( $\sigma_1 = 0,6 \sigma_r$  pentru oțeluri,  $\sigma_1 = 0,4 \sigma_r$  pentru aliaje neferoase). Se constată că această epruvetă cedează după un număr  $N_1$  de cicluri. Următoarea epruvetă se încarcă astfel încât să se obțină o tensiune  $\sigma_{\max} = \sigma_2$ , cu  $\sigma_2 = \sigma_1 - [0,1 \div 0,2 \text{ N/mm}^2]$ ; numărul de cicluri la care se rupe epruveta este  $N_2 > N_1$ . Prin micșorarea succesivă a tensiunii  $\sigma_{\max}$  se obțin valori din ce în ce mai mari pentru numărul de cicluri  $N$ , pentru o anumite valoare a tensiunii  $\sigma_{\max}$  epruveta rezistând un număr nelimitat de cicluri (nu se rupe).

În sistemul de axe de coordonate  $\sigma_{\max}, N$  se reprezintă punctele 1, 2, ..., de coordonate  $(\sigma_1, N_1), (\sigma_2, N_2), \dots$ , obținându-se astfel curba lui Wöhler sau curba de durabilitate pentru un material dat.



**Rezistența la oboseală** se definește ca fiind cea mai mare valoare a tensiunii maxime la care epruveta nu se rupe, fiind supusă la un număr nedefinit de cicluri de solicitare (asimptota la curba lui Wöhler -  $\sigma_R$ ). Practic, numărul maxim de cicluri până la care se fac încercările este usual limitat la  $N_0 = 10^7$ , astfel, dacă epruveta nu a cedat la acest număr de cicluri se consideră că nu va putea ceda nici la un număr mai mare. Rezistența la oboseală, pentru un anumit material, depinde de valoarea coeficientului de asimetrie al ciclului de solicitări variabile;

### Observație

Dacă o structură cedează, conform curbei lui Wöhler, după un număr  $N_1$  de cicluri printr-un ciclu alternant  $S_1$ , conform teoriei lui Miner (A. M. Miner - 1945, cercetări pornite de A. Palmgren - 1924), fiecărui ciclu din cele  $N_1$  parcurse îi va corespunde un factor de depreciere  $D_1$  ce consumă  $\frac{1}{N_1}$  din durata de viață a structurii (life span). În cazul în care structura este supusă la  $n_1$  cicluri prin ciclul alternant simetric  $S_1$  și numărului de  $n_2$  cicluri prin ciclul alternant  $S_2$ , factorul de depreciere total se poate calcula cu relația:

$$D = \left( \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} \right);$$

în care  $N_j$  reprezintă numărul total de cicluri ce cauzează cedarea prin ciclul alternant simetric  $S_j$ .

Factorul de depreciere, numit și factor de uzură (usage factor), reprezintă cantitatea consumată din durata de viață a structurii, un factor cu valoarea de 0,35 indicând faptul că 35% din durata de viață a structurii este consumată; cedarea prin oboseală survine pentru un factor de uzură egal cu unitatea (teoria nu ține seama de efectele succesiunii de cicluri aplicate).

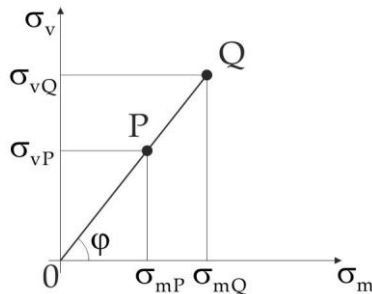
simbolurile rezistențelor la oboseală au ca indice valoarea coeficientului de asimetrie R. Astfel, în cazul ciclului pulsator pozitiv, rezistența la oboseală se va simboliza  $\sigma_0$ , pentru ciclul alternant simetric  $\sigma_{-1}$ , etc.

Datorită faptului că rezistența la oboseală depinde și de tipul sollicitării la care este supus materialul (tracțiune, compresiune, încovoiere, torsiune, etc.), simbolurile rezistențelor la oboseală poartă și indicele referitor la tipul sollicitării, de exemplu,  $\sigma_{-1t}$  reprezintă simbolul rezistenței la oboseală prin ciclu alternant simetric de tracțiune.

### Diagramele rezistențelor la oboseală

Graficele ce reprezintă variația rezistenței la oboseală în funcție de coeficientul de asimetrie (R) al ciclului, poartă numele de diagrame ale rezistențelor la oboseală.

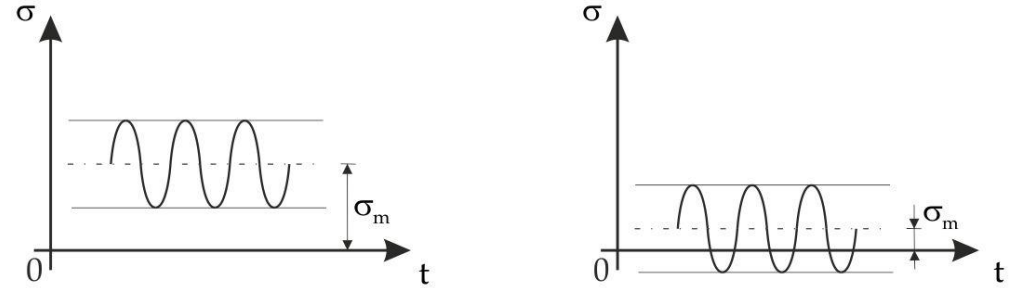
Considerând sistemul de axe de referință tensiune medie ( $\sigma_m$ )<sup>\*\*\*</sup>, amplitudine a tensiunii ( $\sigma_v$ ), un ciclu de sollicitare variabilă se poate reprezenta printr-un punct P de coordonate ( $\sigma_{mP}$ ,  $\sigma_{vP}$ ), astfel:



între înclinarea dreptei OP și coeficientul de asimetrie al ciclului existând relația generică:

$$\tan \varphi = \frac{\sigma_v}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1-R}{1+R}.$$

\*\*\* - prezența tensiunii medii  $\sigma_m$  în abscisa sistemului de referință este motivată de modul total diferit de acțiune asupra unei structuri date, pentru două cicluri de sollicitare cu aceeași amplitudine dar de tensiune medie diferite, astfel:



se remarcă valoarea tensiunii maxime diferite pentru cele două cazuri prezentate.

### Observație

Ca metode de corecție a amplitudinii tensiunii  $\sigma_v$ , pentru cazul ciclurilor alternante staționare cu diverse tensiuni medii, se disting trei variante majore:

- conform schematizării Goodman (materiale fragile):

$$(\sigma_v)_{\text{corec}}^{\text{Goodman}} = \frac{\sigma_v}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_r}};$$

- conform schematizării Gerber (materiale ductile):

$$(\sigma_v)_{\text{corec}}^{\text{Gerber}} = \frac{\sigma_v}{1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_r}\right)^2};$$

- conform schematizării Soderberg (variante conservatoare):

$$(\sigma_v)_{\text{corec}}^{\text{Soderberg}} = \frac{\sigma_v}{1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_c}}.$$

Suma coordonatelor punctului P reprezintă tensiunea maximă  $\sigma_{\max}$ ; prin prelungirea dreptei OP se poate găsi un punct Q, corespunzător unui ciclu limită, pentru care tensiunea maximă este egală cu rezistența la oboseală a materialului, rezistență corespunzătoare coeficientului de asimetrie dat R, astfel:

$$\sigma_{\max Q} = \sigma_{mQ} + \sigma_{vQ} = \sigma_R.$$

**Diagrama rezistențelor la oboseală** sau curba ciclurilor limită se definește ca locul geometric al punctelor (Q), corespunzătoare ciclurilor limită. Există mai multe tipuri de curbe a ciclurilor limită, după sistemul de referință admis; în continuare sunt prezentate cele mai utilizate variante.

**Diagrama Haigh** este reprezentată de diagrama rezistențelor la oboseală în coordonate  $(\sigma_m, \sigma_v)$ .

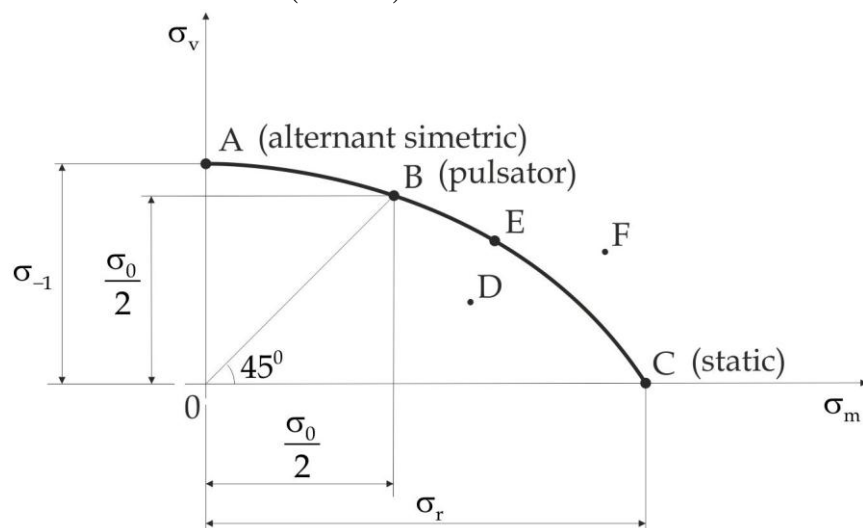


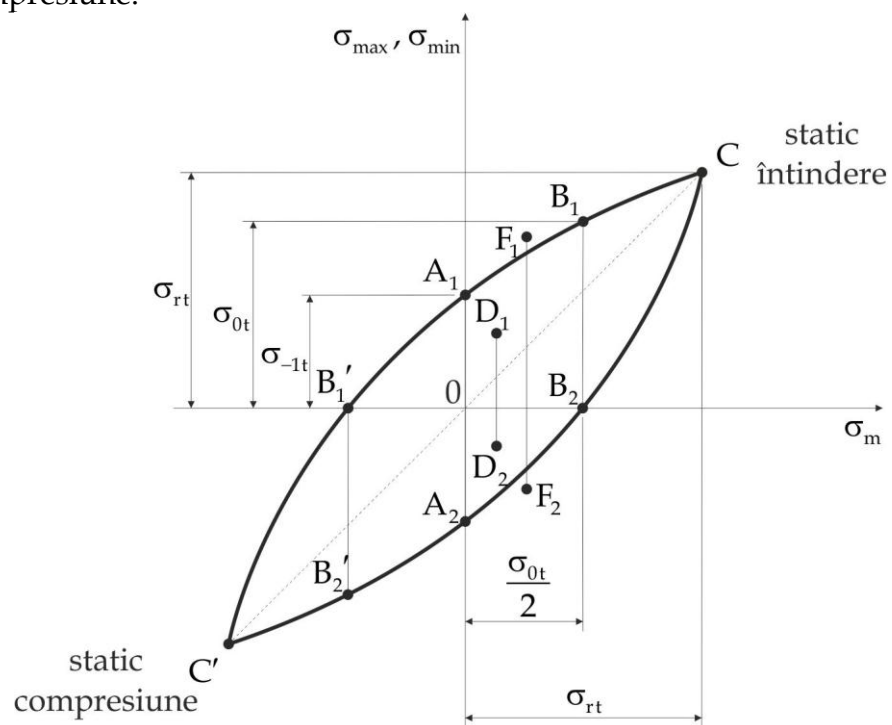
Diagrama de mai sus este construită pentru solicitarea variabilă de întindere; se remarcă trei tipuri particulare de solicitare, anume, prin ciclu alternant simetric (punctul A de coordonate  $\sigma_m = 0, \sigma_v = \sigma_{-1}$ ), prin



ciclu pulsator (punctul B, de coordonate  $\sigma_m = \sigma_v = \frac{\sigma_0}{2}$ ), respectiv solicitare statică (punctul C, de coordonate  $\sigma_m = \sigma_r, \sigma_v = 0$ ).

Un punct oarecare (D) din interiorul diagramei reprezintă un ciclu nepericulos, pe când un punct (F) din afara acesteia reprezintă un ciclu care conduce la rupere prin oboseală; punctul E corespunde unui ciclu oarecare de solicitare variabilă.

**Diagrama Smith** exprimă variația tensiunilor ( $\sigma_{max}, \sigma_{min}$ ) ca funcție de tensiunea medie ( $\sigma_m$ ), pentru solicitările variabile de întindere și compresie.



În diagrama Smith (vezi figura de mai sus), fiecare ciclu este reprezentat printr-o pereche de puncte cu aceeași abscisă; astfel, ciclul

alternant simetric este reprezentat prin punctele  $A_1, A_2$ , ciclul pulsator pozitiv prin perechea  $B_1, B_2$ , iar cel negativ prin  $B_1', B_2'$ ; punctele  $C, C'$  corespund solicitărilor statice, de întindere, respectiv compresiune.

Un ciclu nepericulos este reprezentat prin perechea de puncte  $D_1, D_2$ , iar un ciclu care conduce la rupere prin oboseală, de perechea de puncte  $F_1, F_2$ .

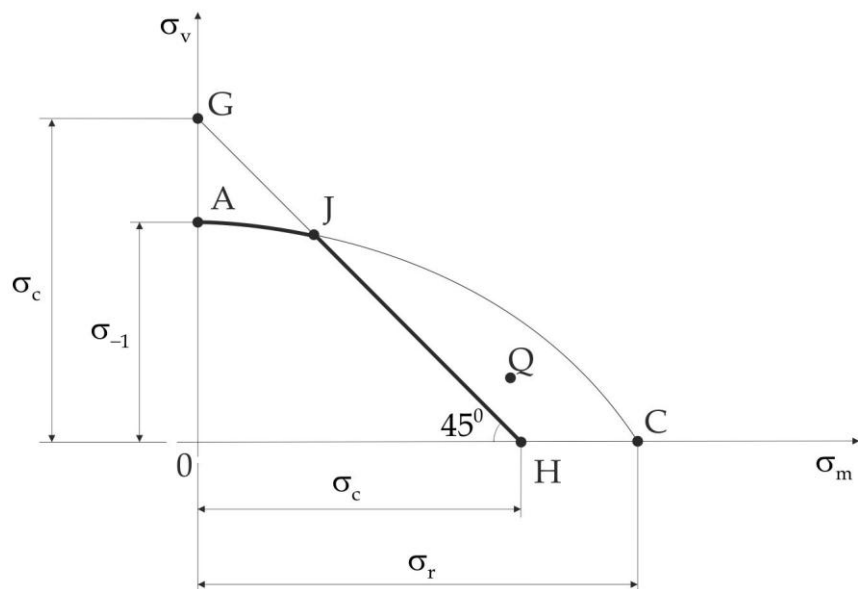
În practică, diagramele în forma prezentată mai sus sunt dificil de construit, datorită numărului semnificativ de încercări pe epruvete necesar; se ajunge astfel la utilizarea **diagramelor schematizate**, în care curbele diagramelor reale se înlocuiesc prin curbe simple sau linii drepte. Criteriile generale de obținere a diagramelor schematizate sunt:

- construirea diagramei doar pentru valori pozitive ale tensiunii  $\sigma_m$ ; pentru materialele cu comportament diferit la întindere-compresiune, diagramele se construiesc atât pentru valori  $\sigma_m$  pozitive, cât și negative.
- în cazul materialelor tenace, diagrama se limitează la valoarea limitei de curgere a materialului din cazul solicitării statice, altfel spus  $\sigma_{\max} = \sigma_c$ ; nu sunt de interes ciclurile ce depășesc limita de curgere, cicluri ce ar produce deformații plastice accentuate.

Astfel, plecându-se de la diagrama Haigh, se poate obține diagrama simplificată corespunzătoare (vezi figura de mai jos), trasând dreapta GH înclinată la  $45^\circ$ ; orice punct de pe această dreaptă este reprezentat de o tensiune maximă de forma:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_v = \sigma_c,$$

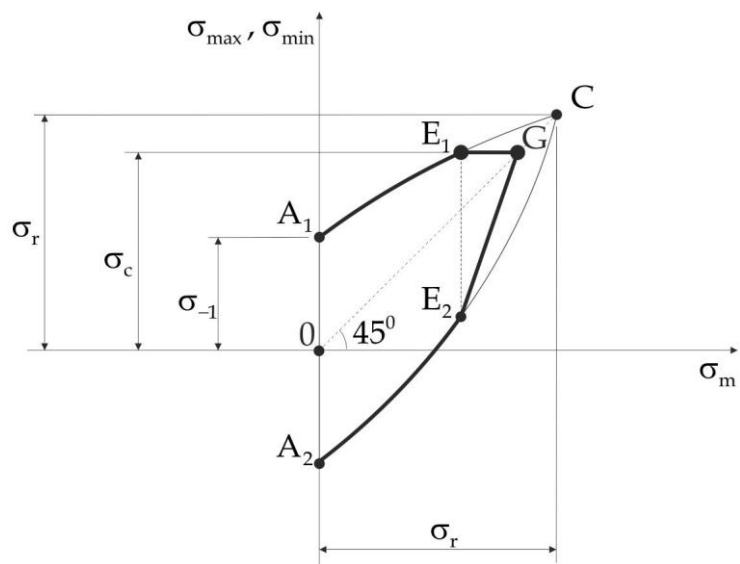
punctele situate deasupra acesteia reprezentând cicluri ce depășesc limita de curgere.



Se evită astfel ciclurile precum cel reprezentat de punctul Q, care, deși nu conduc la rupere prin oboseală, produc deformări permanente inadmisibile în domeniul construcțiilor de mașini. Diagrama simplificată este reprezentată prin traseul AJH.

Având drept punct de plecare diagrama de tip Smith, diagrama simplificată corespunzătoare este cea din figura de mai jos.

Construcția diagramei implică reprezentarea punctului G pe dreapta OC, punct de coordonate egale cu limita de curgere a materialului ( $\sigma_c$ ); prin trasarea unei drepte orizontale din G se obține, la intersecția acesteia cu traseul curbei  $A_1C$ , punctul  $E_1$ . Punctul  $E_2$  se găsește pe verticala  $E_1E_2$ , la intersecția acesteia cu traseul curbei  $CA_2$ . Diagrama simplificată este dată de traseul  $A_1E_1GE_2A_2$ .



Alte exemple de diagrame simplificate a rezistențelor la oboseală se pot obține pornind tot de la diagrama Haigh, astfel:

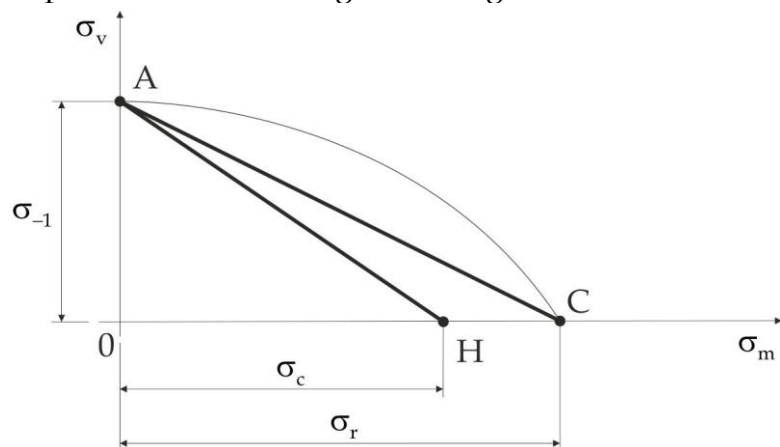
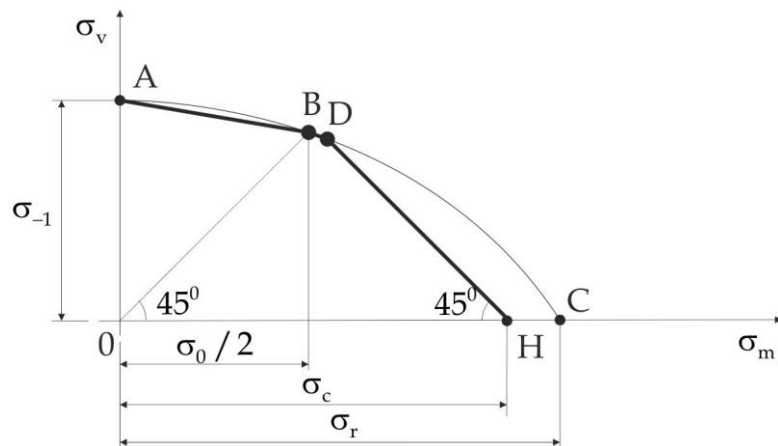


diagrama rezistențelor la oboseală este dată de dreapta AC, conform **schematizării Goodman** pentru materiale fragile, respectiv de dreapta AH, conform **schematizării Soderberg**, pentru materiale tenace.

Un alt exemplu de diagramă simplificată a rezistențelor la oboseală, tot pentru cazul materialelor tenace, este reprezentat de **schematizarea Serensen**, astfel:



traseul fiind reprezentat prin linia frântă ABDH; deoarece punctele sunt foarte apropiate, se mai poate utiliza traseul ABH.

### Factorii ce influențează rezistența la oboseală

Factori constructivi

- **concentratorii de tensiuni**, care se exprimă prin coeficientul efectiv de concentrare  $\beta_k$ ; se determină experimental și depinde de forma concentratorului (tipul de discontinuitate a secțiunii, a racordărilor, existența găurilor, etc.), de tipul de solicitare, material. Coeficientul  $\beta_k$  este supraunitar și se calculează cu relația:

$$\beta_k = \frac{(\sigma_{-1})_{d_0}}{(\sigma_{-1k})_{d_0}},$$

cu  $(\sigma_{-1})_{d_0}$  - rezistența la oboseală prin ciclu alternant simetric corespunzătoare unei epruvete netede standardizate;

$(\sigma_{-1k})_{d_0}$  - rezistența la oboseală prin ciclu alternant simetric corespunzătoare unei epruvete standardizate cu concentrator.

- **mărimea piesei**, care este reprezentată prin coeficientul dimensional  $\varepsilon_k$  cu concentrare a tensiunilor; cu cât dimensiunile piesei sunt mai mari cu atât rezistența piesei scade, datorită creșterii probabilității de existență a defectelor interne. Coeficientul dimensional  $\varepsilon_k$  este subunitar și se determină experimental, fiind calculat cu relația:

$$\varepsilon_k = \frac{(\sigma_{-1k})_d}{(\sigma_{-1k})_{d_0}},$$

cu  $(\sigma_{-1k})_d$  - rezistența la oboseală corespunzătoare unei epruvete cu concentrator și diametru oarecare;

$(\sigma_{-1k})_{d_0}$  - rezistența la oboseală corespunzătoare unei epruvete cu concentrator și diametru standardizat.

Factori tehnologici

- **starea suprafeței piesei**, care se exprimă prin coeficientul de stare a suprafeței  $\gamma$ , cauzele care intervin la scăderea caracteristicilor de rezistență a piesei fiind datorate zgârieturilor din prelucrare (rizuri), ce constituie amorse de rupere fragilă, de unde importanța deosebită a lustruirii suprafeței pentru mărirea rezistenței la oboseală; coeficientul de stare a suprafeței este subunitar, se determină experimental și se calculează cu ajutorul relației:

$$\gamma = \frac{(\sigma_{-1})_p}{(\sigma_{-1})},$$

cu  $(\sigma_{-1})_p$  - rezistența la oboseală corespunzătoare unei prelucrări oarecare a suprafeței epruvetei;

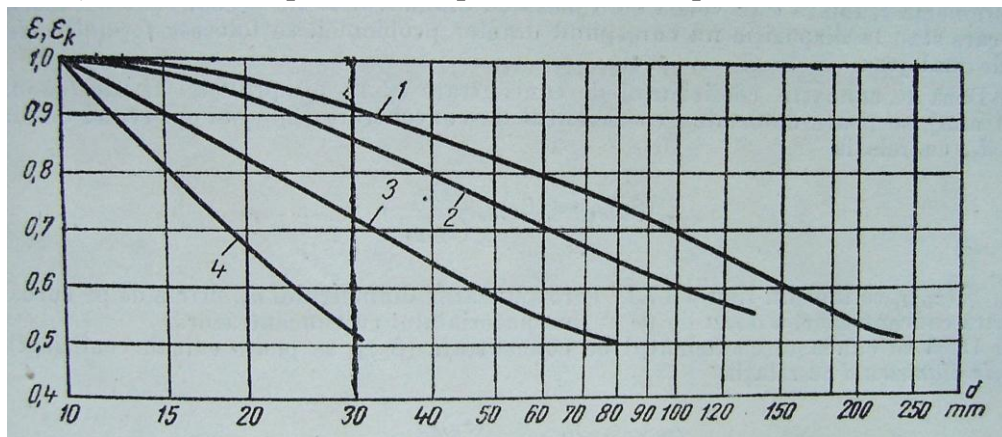
$(\sigma_{-1})$ - rezistența la oboseală corespunzătoare unei suprafețe lustruite a epruvetei.

Factori de exploatare

- acțiunea agenților corozivi;
- tipul solicitării;
- suprasolicitările, care sunt solicitări de durată limitată având valori ale tensiunilor superioare lui  $\sigma_r$ ;
- temperatura.
- tensiuni remanente datorate proceselor tehnologice;
- tipul materialului - izotrop/anizotrop;
- direcția de solicitare (vezi materiale anizotrope);
- dimensiunea granulară a materialului.

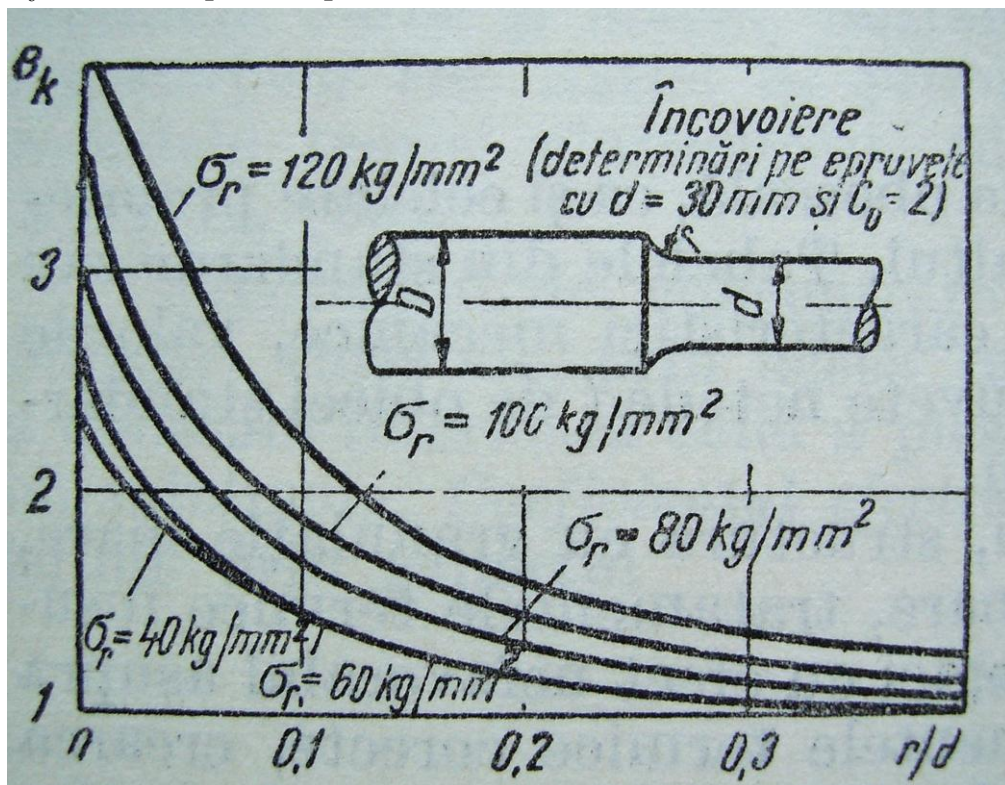
În calculele de rezistență condițiile de lucru se introduc prin efectele tipului de solicitare și a coeficientului de asimetrie ( $R$ ), care sunt prinse în diagramele de rezistență la oboseală.

În literatura de specialitate (fatigue handbooks) sunt prezente multe exemple de nomograme pentru stabilirea coeficienților  $\varepsilon_k, \beta_k, \gamma$  anterior definiți, astfel, în figura de mai jos sunt date valorile lui  $\varepsilon_k$  determinate experimental, pentru diverse tipuri de material.



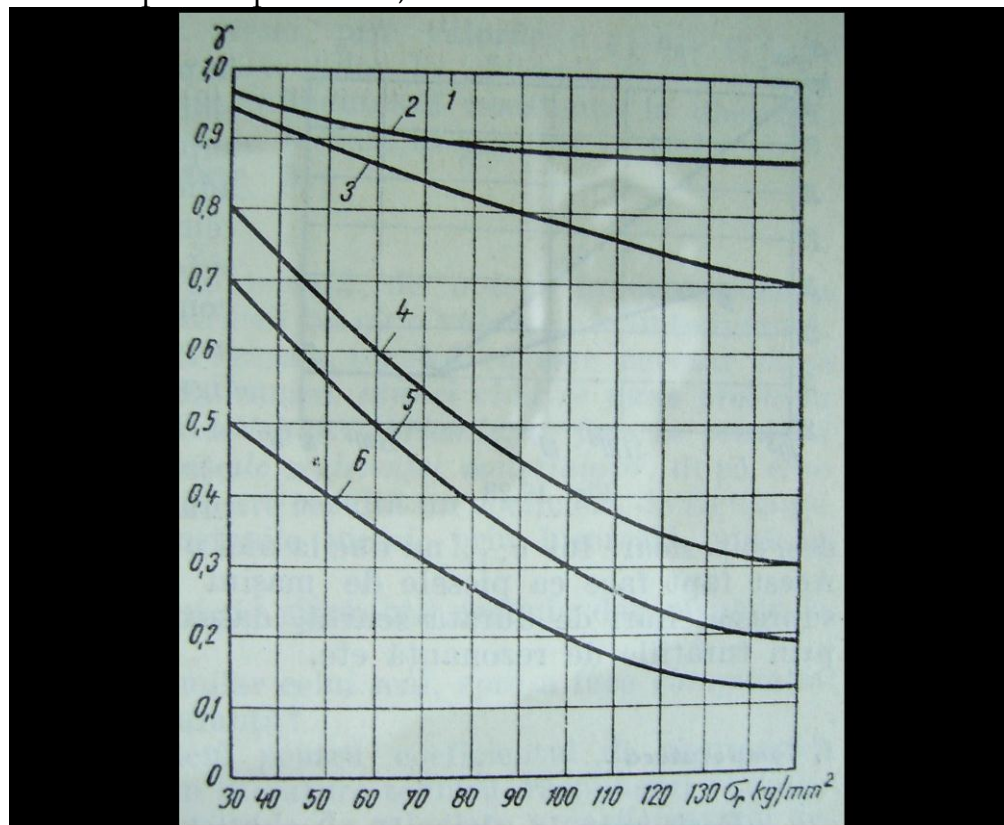
1. oțel-carbon fără concentratori;
2. oțel aliat fără concentratori și oțel carbon cu concentratori cu efect moderat;
3. oțel aliat cu concentratori cu efect moderat;
4. oțel aliat cu concentratori cu efect puternic.

Valorile coeficientului de concentrare  $\beta_k$  sunt determinate, deasemeni, pe cale experimentală; în figura de mai jos se exemplifică diagrama funcție de câteva tipuri de material (oțeluri), pentru o bară de secțiune circulară, solicitată la încovoiere, având o racordare circulară de rază  $r$  (diagramă construită pentru un salt de dimensiune  $c_0 = D/d = 2$  pentru epruvetă cu  $d = 30\text{mm}$ , astfel:





În figura de mai jos se exemplifică modul de variație, determinat experimental, al coeficientului de stare a suprafeței  $\gamma$ , în funcție de diverse tipuri de prelucrare, astfel:



1. suprafață lustruită;
2. șlefuire fină sau prelucrare fină cu cuțitul;
3. șlefuire brută sau strunjire brută;
4. suprafață laminată, cu crustă;
5. piesă supusă coroziunii (apă dulce);
6. piesă supusă coroziunii (apă sărată).

Este de menționat faptul că există numeroase variante de nomograme în literatura de specialitate (fatigue handbooks), fiind necesară o documentare prealabilă în cazul utilizării unor valori de coeficienți la exemple de calcul.

### Calculul de rezistență la solicitări variabile

Datorită numărului de factori de care depinde starea limită – rezistența la oboseală – calculul de rezistență constă strict în efectuarea operației de **verificare**; operația constă în determinarea coeficientului de siguranță nominal ( $c_n$ ) și compararea acestuia cu coeficientul de siguranță prescris pentru categoria de piese în discuție, coeficient de siguranță admisibil ( $c_a$ ). Condiția de rezistență este satisfăcută dacă:

$$c_n \geq c_a$$

Pentru stabilirea coeficientului de siguranță nominal în cazul solicitărilor variabile staționare sunt necesare:

- cunoașterea valorilor elementelor caracteristice ale ciclului,  $\sigma_m, \sigma_v, R$ ;
- materialul utilizat la realizarea piesei, în speță  $\sigma_{-1}, \sigma_0, \sigma_c, \sigma_r$ ;
- factorii ce influențează rezistența la oboseală sau valorile coeficienților de concentrare  $\beta_k$ , dimensional  $\varepsilon$  și de calitate a suprafeței  $\gamma$ .

În cazul necunoașterii în prealabil a dimensiunilor piesei, se va dimensiona piesa cu relațiile uzuale ale Rezistenței Materialelor, după care se va efectua operațiunea de verificare la oboseală; în cazul obținerii unui coeficient de siguranță nesatisfăcător, se majorează dimensiunile piesei și se repetă etapa de calcul până la atingerea rezultatului dorit.

**Calculul coeficientului de siguranță la solicitări variabile simple**Solicitări (cicluri) alternant simetrice

În cazul unei piese supuse la solicitare variabilă prin ciclu alternant simetric, în secțiunea periculoasă se produce tensiunea nominală:

$$\sigma_{\max} = \sigma_v (= \sigma_a);$$

rezistența la oboseală a piesei reale (dacă există această determinare), se notează cu  $\sigma_{-1p}$ , astfel, coeficientul de siguranță la oboseală este:

$$c_n = \frac{\sigma_{-1p}}{\sigma_a}.$$

În absența datelor privind comportamentul piesei reale la oboseală, se va utiliza rezistența la oboseală a materialului determinată pe epruvete ( $\sigma_{-1}$ ), precum și valorile coeficienților de influență  $\beta, \gamma, \varepsilon$ , astfel, se calculează rezistența la oboseală a piesei reale:

$$\sigma_{-1p} = \sigma_{-1} \frac{\varepsilon_k \gamma}{\beta_k},$$

coeficientul nominal de rezistență la oboseală fiind de forma:

$$c_n = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\beta_k}{\varepsilon_k \gamma} \sigma_a}.$$

În cazul solicitărilor la care se produc tensiuni tangențiale  $\tau$ , coeficientul de siguranță nominal are o expresia similară celei prezentate, tensiunea normală  $\sigma$  fiind înlocuită de tensiunea tangențială corespunzătoare.

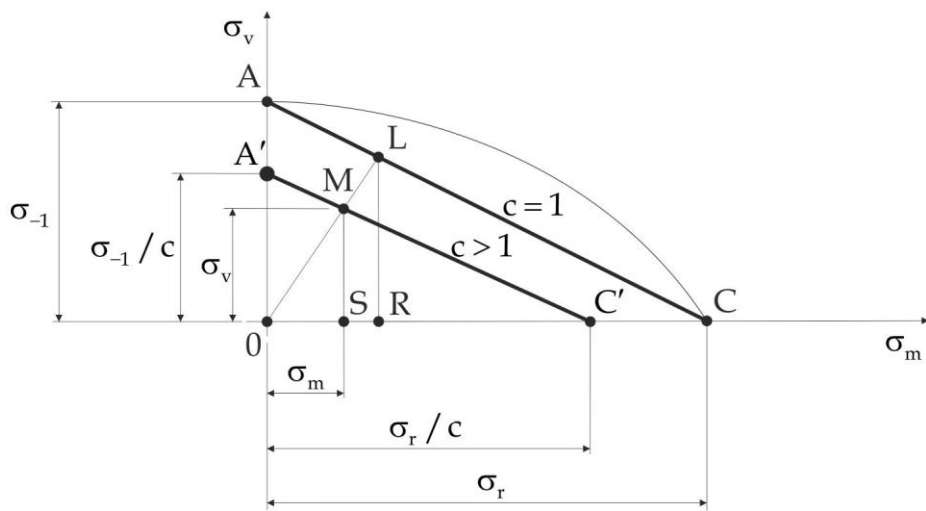
Solicitări (cicluri) asimetrice

Pentru cazul materialelor fragile se utilizează schematizarea Goodman pentru calculul coeficienților de siguranță; acesta se calculează ca raportul între tensiunile maxime corespunzătoare unui punct L ce aparține de ciclul limită (vezi figura de mai jos), respectiv a

unui punct M ce corespunde unui ciclu nepericulos ( $c > 1$ ). Astfel, se ajunge la expresia:

$$c = \frac{\sigma_{\max L}}{\sigma_{\max M}} = \frac{OR + RL}{OS + SM},$$

triunghiurile OMS și OLR fiind asemenea, rezultând:



$$c = \frac{OR + RL}{OS + SM} = \frac{OR}{OS} = \frac{RL}{SM} = \frac{\sigma_{mL}}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{vL}}{\sigma_v}.$$

Din triunghiurile asemenea MC'S și ACO:

$$\frac{MS}{SC'} = \frac{AO}{OC'},$$

altfel spus,

$$\frac{\sigma_v}{\frac{\sigma_r}{c} - \sigma_m} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_r} \Rightarrow c = \frac{1}{\frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r}}.$$

Pentru materialele reale, coeficientul de siguranță în raport cu rezistența la oboseală se exprimă:

$$c = \frac{1}{\frac{\beta_k}{\varepsilon_k \gamma} \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r}}$$

În cazul materialelor tenace se poate folosi schematizarea Soderberg pentru care, în figura de mai sus, punctului C îi corespunde limita de curgere ( $\sigma_c$ ), rezultând coeficientul de siguranță:

$$c = \frac{1}{\frac{\beta_k}{\varepsilon_k \gamma} \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_c}}$$

### Calculul coeficientului de siguranță la solicitări variabile compuse

În baza celor arătate mai sus și a cercetărilor experimentale, se poate demonstra că în cazul solicitărilor variabile compuse se poate determina un coeficient de siguranță echivalent, astfel:

$$c_e = \frac{c_\sigma c_\tau}{\sqrt{c_\sigma^2 + c_\tau^2}},$$

unde  $c_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_v}$ , iar  $c_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_v}$ , coeficienții de siguranță la oboseală prin

ciclu alternant simetric. Pentru cicluri asimetrice se pot utiliza formulele prezentate mai sus, concret:

$$c_\sigma = \frac{1}{\left(\frac{\beta_k}{\varepsilon_k \gamma}\right)_\sigma \frac{\sigma_v}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_r}}, \quad c_\tau = \frac{1}{\left(\frac{\beta_k}{\varepsilon_k \gamma}\right)_\tau \frac{\tau_v}{\tau_{-1}} + \frac{\tau_m}{\tau_r}},$$

cu  $\beta_k, \varepsilon_k, \gamma$ , pentru diverse diametre, tipuri de concentratori, stări de prelucrare a suprafeței, funcție de tipul solicitării, sau alte forme de relații, după tipul schematizării utilizate.