

2. Solicitări simple în Rezistența Materialelor

2.1 Solicitarea de întindere/compresiune simplă

Scopul actualei prelegeri este de a demonstra și stabili modalitățile generice de abordare în ceea ce privește tratarea problemelor din Rezistența Materialelor din punctul de vedere al solicitării axial - centrice de întindere sau compresiune.

Paragraful 2.1.1 tratează legea de distribuție a eforturilor unitare normale în secțiunea transversală a tronsonului studiat, precum și modul de estimare a deformațiilor și deplasărilor datorate solicitării în discuție.

Paragrafele 2.1.2 și 2.1.3 clarifică unele aspecte legate de calculul practic la solicitarea de întindere, respectiv de conceptul de secțiune brută vs. secțiune netă, iar paragrafele 2.1.4÷2.1.6 definesc liniile generale ale algoritmilor de rezolvare în cazul unor probleme particulare din zona de interes a discuției.

Timpul alocat pentru studiul capitolului 2.1, inclusiv parcurgerea testelor de auto-evluare este de circa 2,5 ore.

După parcurgerea capitolului 2.1, cursantul va fi capabil:

- să identifice corect tipul de solicitare din care face parte corpul studiat;
- să efectueze operații specifice - dimensionare, verificare sau stabilire de efort capabil și să determine deformații și deplasări corespunzătoare tipului de solicitare studiat;
- să identifice și să corecteze în timp util eventualele greșeli de calcul sau raționament tehnic.

2.1.1 Forța axială. Tensiuni la întindere/compresiune. Deformații la întindere

Se consideră o bară dreaptă de secțiune constantă supusă acțiunii unui sistem de forțe egale și de sens contrar ce acționează în lungul barei (vezi figura 1).

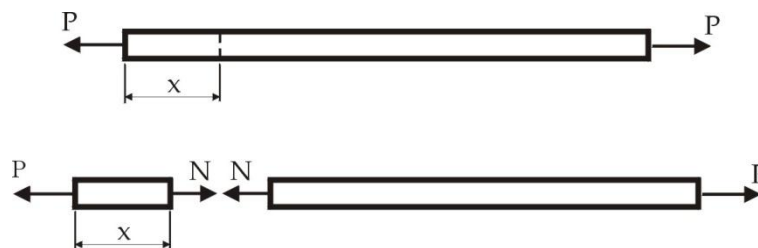


fig.1

Prin secționarea barei cu un plan normal pe axă, la nivelul secțiunii transversale apare forța axială $N = P$; se spune că secțiunea transversală este solicitată axial.

Pentru determinarea **mărimii și legii de distribuție** a tensiunilor ce apar, se parcurg următoarele studii:

Studiul (aspectul) geometric

Dacă pe bară se marchează conturul unei secțiuni transversale, după încărcare conturul se deplasează paralel cu el însuși; alungirile (implicit alungirile specifice) sunt constante pe contur (vezi figura 2).



fig.2

În concluzie, se admite că în interiorul barei deformațiile sunt egale (este valabilă ipoteza secțiunilor plane).

Studiul (aspectul) fizic

Dacă într-o secțiune oarecare x , $u = ct.$ și $\epsilon = ct.$ pentru oricare punct ce aparține de secțiune, conform legii lui Hooke rezultă că și tensiunile normale sunt constante, prin urmare acestea se distribuie uniform pe secțiune, astfel:

$$\sigma = E \cdot \epsilon = ct.$$

Studiul (aspectul) static

Conform relațiilor între eforturi și tensiuni, se știe că :

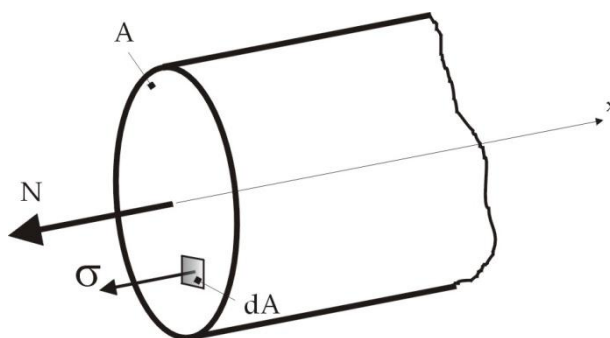


fig.3

$$N = \int_A \sigma dA \stackrel{\sigma=ct.}{=} \sigma \int_A dA = \sigma \cdot A,$$

legea de distribuție a efortului unitar normal fiind, prin urmare, uniformă pe secțiune și de intensitate:

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Deformații și deplasări

Conform legii lui Hooke, **alungirea sau scurtarea specifică** se determină cu relația $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$, dar $\sigma = \frac{N}{A}$, de unde rezultă expresia:

$$\epsilon = \frac{N}{EA}.$$

O bară cu modulul de elasticitate longitudinal (modulul lui Young) $E = ct.$ și arie a secțiunii $A = ct.$, de lungime l , se va alungi sub acțiunea unei forțe de întindere N cu cantitatea:

$$\Delta l = \epsilon \cdot l = \frac{Nl}{EA};$$

produsul EA de la numitorul expresiei este **rigiditatea la întindere sau compresiune** a (secțiunii) barei.

2.1.2 Calculul practic la solicitarea de întindere/compresiune

Se pleacă de la expresia tensiunii normale $\sigma = \frac{N}{A}$ și se reactualizează aspectul relației și indicii termenilor componenți în funcție de tipul problemei de rezolvat (vezi discuție și exemple seminar).

2.1.3 Secțiune brută și secțiune netă

În situația în care secțiunea barei este prevăzută din proiectare cu găuri sau creștături (din motive de ordin funcțional sau constructive), în plus, neglijându-se efectele tip concentrator de tensiune ce apar datorită acestor tipuri de slăbiri, se lucrează cu **secțiunea efectivă a barei**.

Secțiunea întreagă neslăbită (A_{br}) se numește *secțiune brută*, secțiunea slăbită (A_{net}) *secțiune netă*, iar aria slăbirii ΔA ; relația de legătură între parametrii prezentați este:

$$A_{net} = A_{br} - \Delta A.$$

În figura de mai jos este prezentată situația în care secțiunea este afectată datorită prezenței unei îmbinări nituite, astfel:

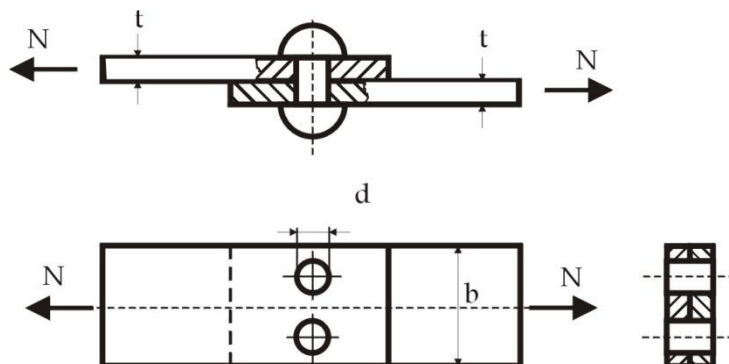


fig.4

Secțiunea cea mai redusă dintre secțiunile slăbite (cazul cel mai defavorabil), este secțiunea netă; aceasta fiind secțiunea periculoasă, la acest nivel se vor face toate calculele de rezistență; în cazul prezentat, pentru o platbandă (vezi figura de mai sus), se obține:

$$A_{net} = b \cdot t - 2t \cdot d.$$

2.1.4 Tensiuni și deformații ținând seama de greutatea proprie a structurii

Tensiuni

În cazul barelor foarte lungi sau cu secțiune mare comparativ cu lungimea, se va lua în considerare și solicitarea suplimentară datorată greutății proprii a structurii.

Fie o bară cu aria secțiunii transversale A și greutatea specifică a materialului utilizat - γ (vezi figura 5); astfel, se ajunge la:

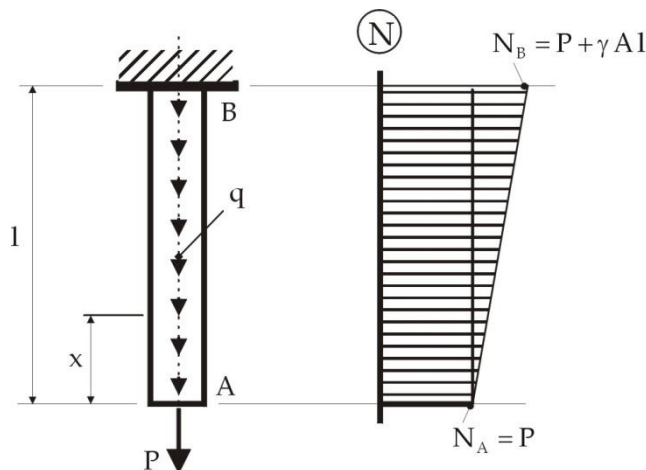


fig.5

- expresia forței axiale curente (într-o secțiune oarecare situată la distanța x de capătul liber):

$$N_x = P + q \cdot x,$$

în care $q = \gamma \cdot A = ct.$;

- forța axială maximă (la nivelul încăstrării B), de forma:

$$N_B = N_{max} = P + q \cdot l,$$

de unde rezultă relația de dimensionare:

$$A_{\text{nec}} = \frac{N_B}{\sigma_a} = \frac{P + \gamma \cdot A_{\text{nec}} \cdot l}{\sigma_a}, \quad A_{\text{nec}} \cdot \sigma_a = P + \gamma \cdot A_{\text{nec}} \cdot l,$$

sau

$$A_{\text{nec}} = \frac{P}{\sigma_a - \gamma \cdot l}.$$

Deformații

Alungirea specifică a elementului de lungime dx considerat, conform definiției, este:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx};$$

conform legii lui Hooke:

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x = E \frac{\Delta dx}{dx} \Rightarrow \Delta dx = \frac{\sigma_x}{E} dx,$$

dar

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \gamma x,$$

prin urmare

$$\Delta dx = \frac{1}{E} \left(\frac{P}{A} + \gamma x \right) dx.$$

Prin integrare pe lungimea totală l a tronsonului, se obține alungirea totală a barei, astfel:

$$\Delta l = \int_0^l \Delta dx = \frac{1}{E} \int_0^l \left(\frac{P}{A} + \gamma x \right) dx = \frac{1}{E} \left(\frac{P}{A} l + \frac{\gamma}{2} l^2 \right),$$

sau

$$\Delta l = \frac{1}{EA} \left(P + \frac{1}{2} \gamma l A \right) l;$$

cu notația

$$G = \gamma l A \Rightarrow \Delta l = \frac{1}{EA} \left(P + \frac{1}{2} G \right) l.$$

2.1.5 Influența variației de temperatură

În cazul în care barele sunt supuse la variații de temperatură, se produc deformații liniare; pentru o bară de lungime inițială l , materialul din care este confecționată având coeficientul de dilatare termică α , pentru o creștere de temperatură $\Delta t = t_1 - t_0$, unde t_0 este temperatura la care bara are lungimea l , are loc o alungire Δl :

$$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta t.$$

Când **deformația nu este împiedicată**, nu apar solicitări suplimentare (vezi figura de mai jos); când **deformația** (dilatare sau contracție) **este împiedicată** apar eforturi care au tocmai rolul de a împiedica deformația în discuție.

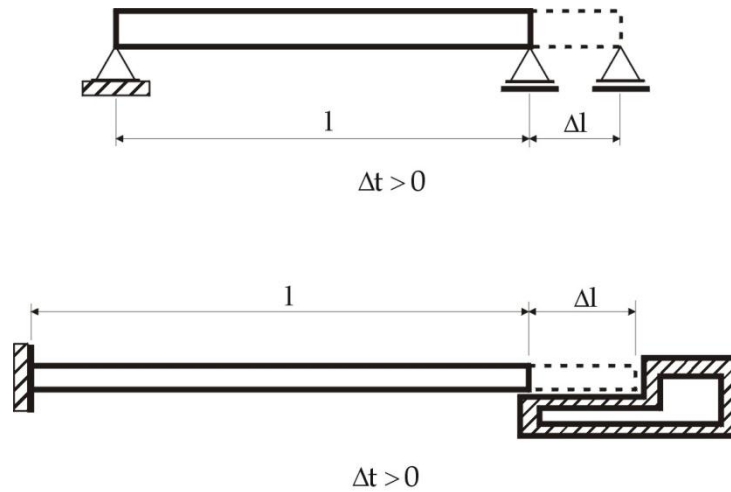


fig.6

Fie cazul barei de rigiditate constantă EA , de lungime inițială l , încastrată la ambele extremități (vezi figura 7). Prin încălzire cu gradientul de temperatură Δt , bara se va alungi cu cantitatea $\Delta l = \alpha l \Delta t$; reazemele încastrate din extremități nu permit dilatarea în discuție, lucru care duce la apariția unei forțe axiale de compresiune, N .

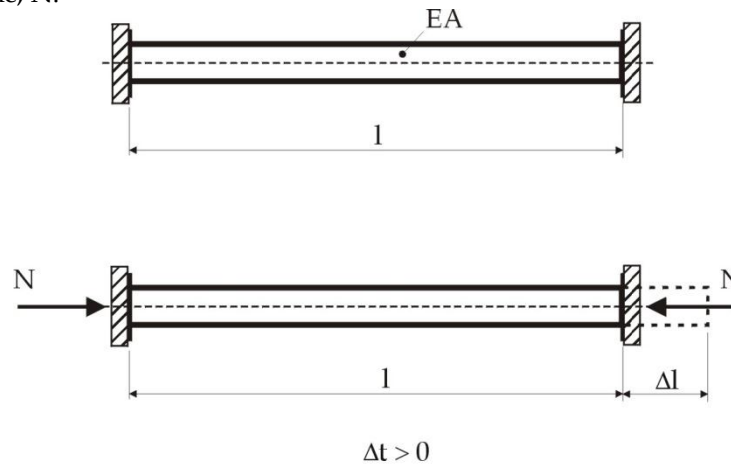


fig.7

În acest caz, ecuația de bilanț scrisă în termeni de deformații este:

$$\Delta l_{\text{tot.}} = \alpha l \Delta t - \frac{Nl}{EA} = 0,$$

de unde rezultă:

$$N = EA \alpha \Delta t;$$

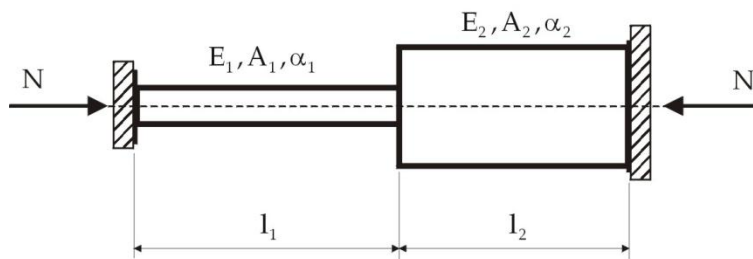
$$\sigma = \frac{N}{A} = E \alpha \Delta t.$$

Dacă la un capăt al barei există un joc tehnologic cunoscut (prevăzut din faza de proiectare a structurii), numit „rost de dilatare” - de mărime δ , bilanțul deformațiilor devine:

$$\Delta l_{\text{tot.}} = \alpha l \Delta t - \frac{Nl}{EA} = \delta,$$

de unde poate fi obținută valoarea forței axiale N , respectiv valoarea tensiunii normale σ .

În cazul unei bare alcătuite din porțiuni cu rigidități diferite (vezi figura 8), ecuația de bilanț a deformațiilor se scrie în forma:



$$\Delta t > 0$$

fig.8

$$\Delta l_{\text{tot}} = \alpha_1 l_1 \Delta t + \alpha_2 l_2 \Delta t - \frac{N l_1}{E_1 A_1} - \frac{N l_2}{E_2 A_2} = 0,$$

de unde se poate obține valoarea forței de compresie N.

Valoarea coeficientului de dilatare termică α , pentru oțel, este $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$.

Pentru a reduce eforturile datorate variației de temperatură, unele structuri pot fi prevăzute cu diverși compensatori de dilatație (vezi seminar).

2.1.6 Sisteme static nedeterminate la întindere/compresiune

Bară dublu articulată

Se consideră o bară dreaptă, de rigiditate EA, articulată la ambele capete și încărcată cu forța P de-a lungul axei, în punctul M (vezi figura 9); se doresc reacțiunile H_A și H_B din articulații.

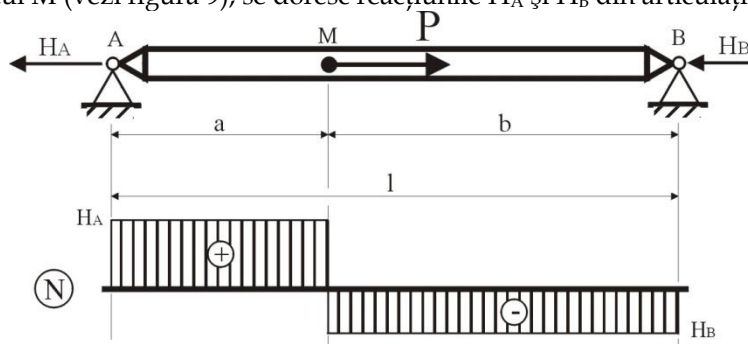


fig.9

Se pornește de la ecuația de echilibru static, astfel:

$$\sum X = 0 \Rightarrow H_A + H_B - P = 0,$$

ecuație cu două necunoscute, căreia i se asociază ecuația suplimentară bilanț de deformații

$$\Delta l_{\text{tot}} = \frac{H_A a}{EA} + \frac{(H_A - P)b}{EA} = 0, \text{ ajungându-se la sistemul de forma:}$$

$$\begin{cases} H_A a + \overbrace{(H_A - P)b}^{-H_B} = 0; \\ H_A + H_B - P = 0, \end{cases}$$

sistem cu soluțiile:

$$H_A = \frac{Pb}{a+b} = P \frac{b}{l};$$

$$H_B = \frac{Pa}{a+b} = P \frac{a}{l}.$$

Sistem de bare paralele

Se consideră o bară AB (vezi figura 10), de rigiditate infinită la încovoiere (își păstrează forma rectilinie în urma solicitărilor), suspendată în poziție orizontală cu ajutorul a trei bare subțiri, verticale,

de lungime l și rigidități E_1A_1, E_2A_2, E_3A_3 . Sub acțiunea forței verticale P , bara AB se deplasează pe verticală, înclinându-se cu unghiul α . Se dorește găsirea eforturilor în bare.

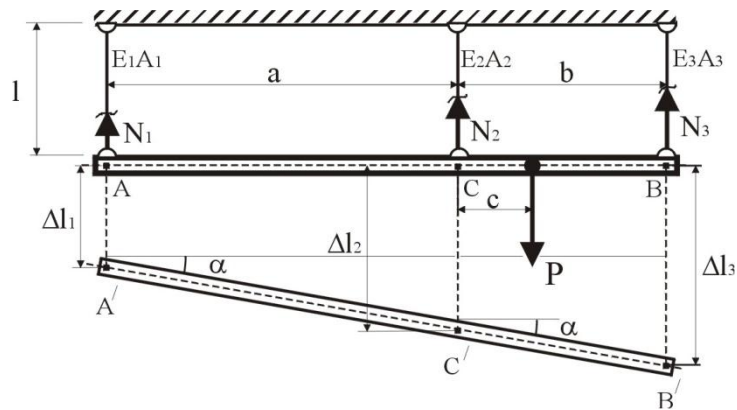


fig.10

Se presupune că, pentru deformații mici, punctele A, C și B se deplasează pe verticală.

Fie N_1, N_2 și N_3 eforturile în barele verticale, astfel încât se pot scrie următoarele ecuații de echilibru:

- o ecuație de proiecții de forțe pe verticală: $N_1 + N_2 + N_3 = P$;

- o ecuație de momente, de exemplu în raport cu C, astfel: $N_1 \cdot a - N_3 \cdot b + P \cdot c = 0$.

Sistemul este o dată static nedeterminat; relația suplimentară se obține prin exprimarea faptului că, datorită rigidității perfecte a barei orizontale, punctele A, C și B rămân, după alungirea barelor, pe aceeași dreaptă, ajungând în pozițiile finale A', B' și C' . Din asemănări de triunghiuri, se poate scrie:

$$\frac{\Delta l_2 - \Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_3 - \Delta l_2}{b},$$

în care: $\Delta l_1 = \frac{N_1 l}{E_1 A_1}$; $\Delta l_2 = \frac{N_2 l}{E_2 A_2}$; $\Delta l_3 = \frac{N_3 l}{E_3 A_3}$.

Prin rezolvarea sistemului de trei ecuații cu trei necunoscute astfel format, se determină eforturile axiale N_1, N_2 și N_3 din cele trei bare verticale, după care se poate trece, eventual, la continuarea problemei (verificări, dimensionări, etc.).

Sistem de bare articulate concurente

Fie un sistem de bare concurente DA, DC și DB, acționate de forța verticală P aplicată în punctul D (vezi figura 11). Sistemul este simetric din punct de vedere geometric și mecanic; barele AD și BD au lungimea l_2 și rigiditatea E_2A_2 iar bara CD, rigiditatea E_1A_1 și lungimea l_1 . Se caută eforturile din bare.

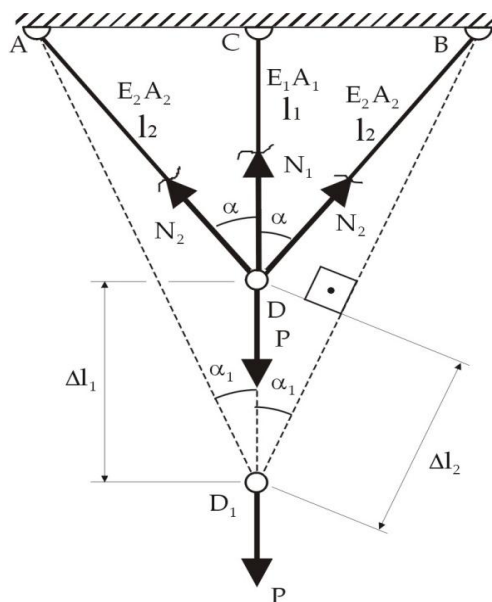


fig.11

Din ecuația de proiecții pe orizontală rezultă că forța axială din bara AD este egală cu cea din bara DB, astfel:

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow 2N_2 \cos \alpha + N_1 - P = 0,$$

sistemul fiind o dată static nedeterminat.

Pentru scrierea ecuației de compatibilitate geometrică (studiul geometric), se vor examina deformațiile sistemului; fie Δl_1 alungirea barei centrale sub acțiunea efortului N_1 și Δl_2 alungirea barelor laterale sub acțiunea eforturilor N_2 . Cum alungirile sunt foarte mici în raport cu lungimile inițiale, se admite $\alpha_1 \cong \alpha$, astfel:

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 \cos \alpha, \text{ în plus } \Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{E_1 A_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E_2 A_2}; \quad l_1 = l_2 \cos \alpha; \text{ studiul geometric se rescrie în forma:}$$

$\frac{N_2 l_2}{E_2 A_2} = \frac{N_1 l_2}{E_1 A_1} \cos^2 \alpha$. Prin rezolvarea sistemului format din ultimele două ecuații se pot determina eforturile dorite, problema putând continua, după caz.

Sistem de bare concurente. Tratare matricială

Pentru sistemul de trei bare (fire) concurente din figura 12, se cere găsirea relațiilor de legătură între deplasări și forțe în situația în care (doar) tronsonul situat în axa de simetrie a figurii este supus acțiunii unei diferențe de temperatură ΔT^0 ; schema de încărcare cuprinde o forță concentrată de direcție oarecare, ce acționează în punctul 4, componentele acestei forțe fiind P_1, P_2 .

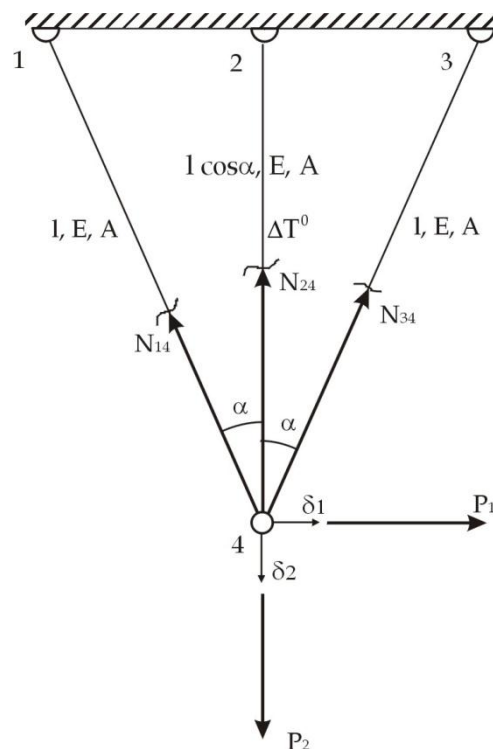


fig.12

Studiul static

$$\Sigma X = 0 \Rightarrow -N_{14} \sin \alpha + N_{34} \sin \alpha + P_1 = 0;$$

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow -N_{14} \cos \alpha - N_{24} - N_{34} \cos \alpha + P_2 = 0.$$

Studiul geometric

$$\Delta l_{14} = \delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha;$$

$$\Delta l_{24} = \delta_2;$$

$$\Delta l_{34} = -\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha.$$

Studiul fizic

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{N}{EA} (+\alpha_T \Delta T^0).$$

în concluzie, particularizând expresiile studiului fizic pentru fiecare bară în parte, se obține:

$$\frac{\Delta l_{14}}{l} = \frac{N_{14}}{EA}; \quad \frac{\Delta l_{24}}{l \cos \alpha} = \frac{N_{24}}{EA} + \alpha_T \Delta T^0; \quad \frac{\Delta l_{34}}{l} = \frac{N_{34}}{EA},$$

ținându-se seama de studiul geometric se ajunge la expresiile eforturilor din bare, în forma:

$$N_{14} = \frac{EA}{l} (\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha);$$

$$N_{24} = \frac{EA}{l \cos \alpha} \delta_2 - EA \alpha_T \Delta T^0;$$

$$N_{34} = \frac{EA}{l} (-\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha).$$

Prin substituirea expresiilor de mai sus în ecuațiile studiului static, se obțin:

$$\begin{cases} -\frac{EA}{l} \sin \alpha (\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha) + \frac{EA}{l} \sin \alpha (-\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha) + P_1 = 0; \\ -\frac{EA}{l} \cos \alpha (\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha) - \frac{EA}{l} \frac{\delta_2}{\cos \alpha} + EA \alpha_T \Delta T^0 - \frac{EA}{l} \cos \alpha (-\delta_1 \sin \alpha + \delta_2 \cos \alpha) + P_2 = 0. \end{cases}$$

După prelucrări, se ajunge la sistemul de ecuații ce exprimă dependența între componentele deplasării punctului 4 (δ_1, δ_2) și componentele sarcinii concentrate ce a determinat deplasarea:

$$\begin{cases} 2 \frac{EA}{l} \delta_1 \sin^2 \alpha = P_1; \\ \frac{EA}{l} \delta_2 \left(2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right) = P_2 + EA \alpha_T \Delta T^0, \end{cases}$$

sistem ce mai poate fi exprimat în formă matricială, astfel:

$$\begin{vmatrix} 2 \frac{EA}{l} \sin^2 \alpha & 0 \\ 0 & \frac{EA}{l} \left(2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} P_1 \\ P_2 + EA \alpha_T \Delta T^0 \end{vmatrix},$$

unde se pot recunoaște:

$$[K] \{\delta\} = \{P\}, \text{ în care}$$

$[K]$ - reprezintă matricea rigiditate (matrice simetrică, $k_{ij} = k_{ji}$);

$\{\delta\}$ - vectorul deplasărilor;

$\{P\}$ - vectorul încărcărilor.

Forma de reprezentare matricială poate constitui trecerea la o abordare a rezolvării problemelor în baza metodei elementului finit, model utilizat la marea majoritate a soft-urilor comerciale de profil mecanic din domeniul CAD.

Obs.

În exemplul de mai sus, coeficientul de dilatare termică a materialului a fost notat cu α_T pentru a nu fi confundat cu unghiul α din schema de calcul a problemei.

Bibliografie

- Andreescu I., Mocanu Șt.,- *Compendiu de Rezistența Materialelor* (curs), Ed. MatrixRom, București, 2005, ISBN 973-685-869-3, (Cap.1, p.78÷91).
- Ungureanu I., Ispas B., Constantinescu E.,- *Rezistența Materialelor I* (curs), Universitatea Tehnică de Construcții București, 1995, (Cap.1, p.91÷116).
- Suport de curs de Rezistența Materialelor (ing.zi, ing.seral), format multimedia și site – Mocanu Șt., ediție de uz intern, Facultatea de Utilaj Tehnologic, 2006, (curs 5).

Test de autoevaluare 2.1

1. Solicitarea de tip axial centric produce eforturi unitare tangențiale la nivelul secțiunii transversale a tronsonului. (adevărat/fals).
2. O bară dublu încastrată, solicitată la o variație negativă de temperatură, dezvoltă la nivelul secțiunii transversale o tensiune normală de întindere. . (adevărat/fals).
3. O bară simplu rezemată, solicitată la o variație pozitivă de temperatură, dezvoltă la nivelul secțiunii transversale o tensiune normală de compresiune. (adevărat/fals).
4. Pentru cazul unui tronson static nedeterminat supus acțiunii unor variații de temperatură, valoarea efortului secțional axial este proporțională cu mărimea variației de temperatură.
5. Pentru cazul unui tronson static nedeterminat supus acțiunii unor variații de temperatură, valoarea efortului unitar normal este invers proporțională cu mărimea lungimii tronsonului. (adevărat/fals).
6. O bară dublu încastrată, solicitată la o variație pozitivă de temperatură, dezvoltă la nivelul secțiunii transversale o tensiune normală de

Sugestii privind rezolvarea testului de auto-evaluare 2.1

1. Fals.
2. Adevărat.
3. Fals.
4. Direct.
5. Fals.
6. Compresiune.

2.2 Solicitarea de forfecare I

Scopul cursului este de a demonstra și stabili modalitățile generice de abordare în ceea ce privește tratarea problemelor din Rezistența Materialelor din punctul de vedere al solicitării de forfecare.

Paragraful 2.2.1 are drept rol crearea spațiului de discuție în ceea ce privește noul tip de solicitare studiat, subcapitolele 2.2.2÷2.2.4 trasând liniile generale ale algoritmilor de rezolvare pentru diverse tipuri de îmbinare ale tronsoanelor supuse discuției.

Timpul alocat pentru parcurgerea capitolului 2.2 (paragrafele 2.2.1÷2.2.4), este de circa 1,5 ore.

După parcurgerea capitolului 2.2, studentul va putea:

- să diferențieze clar diversele tipuri de solicitare la care sunt supuse elementele componente ale unei probleme de Rezistența Materialelor;
- să aplice și să particularizeze relațiile generice de calcul prezentate în cadrul cursului;
- să identifice și să corecteze în timp util erorile de calcul sau de raționament (dezvoltarea așa-numitului simț tehnic).

2.2.1 Generalități

O secțiune transversală a unei bare este supusă la forfecare dacă efectul rezultat al forțelor de pe fețele exterioare se va reduce la un singur efort, forța tăietoare T .

Se consideră bara din figura 1, solicitată de două forțe transversale egale, de sens contrar și foarte apropiate una de alta.

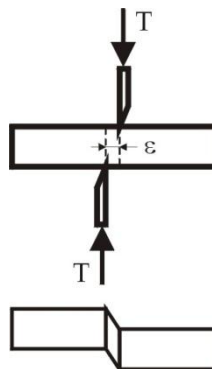


fig.1

Tendința de deformare este aceea de alunecare a acelor porțiuni de bară din planul de separație al forțelor transversale (bara lucrează la forfecare sau tăiere).

Forța tăietoare produce tensiunea τ în planul secțiunii; în cazul pieselor cu secțiuni transversale mici se admite ipoteza distribuției uniforme a tensiunilor tangențiale τ pe întreaga suprafață a secțiunii.

Astfel, formula cu care se determină valoarea tensiunii τ este de forma:

$$\tau = \frac{T}{A},$$

formulă pentru calculul simplificat la forfecare al pieselor de dimensiuni mici.

2.2.2 Îmbinări nituite

Din rațiuni de ordin practic, așezarea niturilor necesare realizării unei îmbinări se face cu respectarea unor reguli cu privire la distanța între două nituri vecine, precum și depărtarea minimă în raport cu marginile pieselor (vezi figura de mai jos).

Numărul de nituri necesar îmbinărilor de rezistență, pentru bare solicitate axial, se stabilește astfel încât transmiterea forței axiale să se facă în mod corespunzător; se pleacă de la conceptul de rezistență a nitului (R), **cu referire la un singur nit din îmbinare**, înmulțirea rezistenței nitului cu numărul de nituri prezente în îmbinare oferind capacitatea portantă (forța capabilă) a îmbinării.

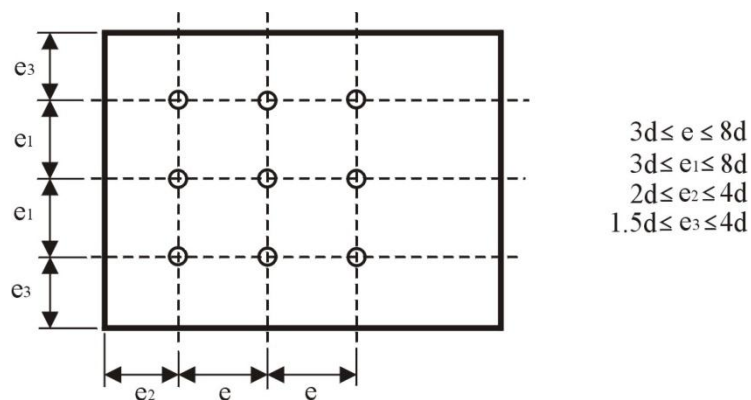


fig.2

Se admite, în cazul barei solicitate axial centric, repartizarea uniformă a încărcării pentru toate niturile componente; pentru a se stabili rezistența nitului se va considera cazul unui nit folosit la îmbinarea simplă a două piese (vezi figura 3).

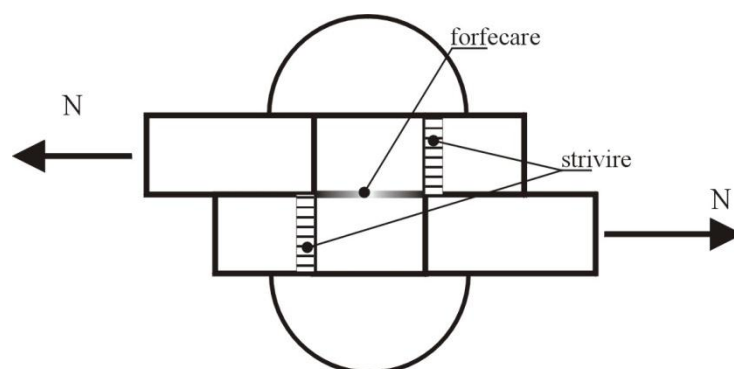


fig.3

Sub acțiunea forței axiale N , care soliciță îmbinarea, piesele au tendința de a aluneca una față de alta, prin urmare nitul se poate distruge prin forfecarea tijei sau/și prin strivire.

Forfecarea niturilor

Cu referire la îmbinarea a (doar) două piese, distrugerea niturilor prin acest mecanism se poate datora forfecării secțiunii transversale a tijei nitului (șurubului), aria secțiunii de forfecare fiind $A_f = \frac{\pi d^2}{4}$; o îmbinare de felul celei din figura de mai jos nu este recomandabilă, aceasta prezentând dezavantajul introducerii unei excentricități „ t ”, la transmiterea forței axiale N de la o piesă la cealaltă.

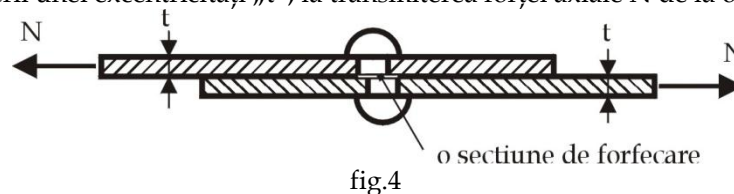


fig.4

În ceea ce privește îmbinarea a trei piese (vezi figura 5), distrugerea niturilor se poate realiza prin forfecarea simultană a două secțiuni, pentru care $A_f = 2 \frac{\pi d^2}{4}$.

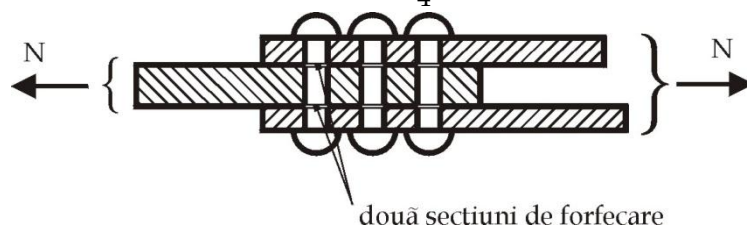


fig.5

Cunoscându-se rezistența admisibilă și diametrul tijei nitului, efortul capabil al unui nit supus la forfecare este:

$$R_f = A_f \cdot \tau_{af};$$

s-a constatat experimental că $\tau_{af} = 0,8\sigma_a$.

Strivirea niturilor (efectul asupra pereților găurii)

În practică, distribuția presiunilor pe pereții găurii într-o piesă este neuniformă, în calcule însă, se admite o distribuție uniformă a tensiunilor pe o secțiune diametrală (vezi figura 6).

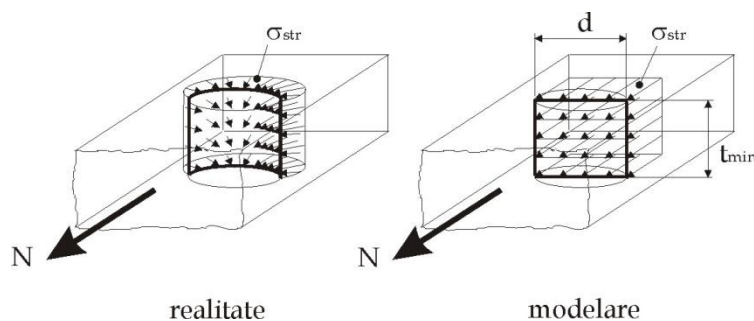


fig.6

Aria de suport a presiunii (aria de strivire) pe pereții găurii (vezi figura 7), în cazul îmbinării a două piese de grosimi t și t_1 ($t < t_1$), este:

$$A_{str} = d \cdot t_{min};$$

$$t_{min} = \min(t, t_1) = t.$$

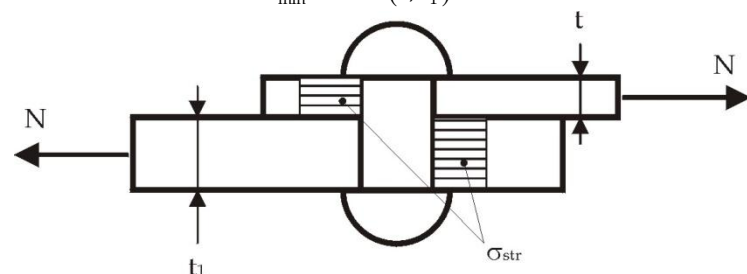


fig.7

În cazul îmbinării mai multor elemente, aria convențională pe care se exercită presiunea pe gaură (tensiunea de strivire), este de forma:

$$A_{str} = d \cdot \Sigma t;$$

$$\Sigma t = \min(\Sigma t', \Sigma t''),$$

în care $\Sigma t', \Sigma t''$ reprezintă suma grosimilor pieselor care constituie elementele de îmbinat ce „lucrează” de fiecare parte a acesteia.

Rezistența admisibilă, determinată experimental, este $\sigma_{astr} = 2\sigma_a$, efortul capabil al unui nit la strivire fiind:

$$R_{str} = \sigma_{astr} \cdot A_{str}.$$

Rezistența nitului, R, va fi cea mai mică valoare dintre R_f și R_{str} , astfel:

$$R = \min(R_f, R_{str}).$$

În principiu, la orice îmbinare efortul trebuie să rămână **centrat**, în caz contrar apărând solicitări suplimentare prin încovoiere.

2.2.3 Îmbinări cu șuruburi

În domeniul construcțiilor metalice se utilizează o prindere rapidă și reversibilă, cu ajutorul șuruburilor.

Calculul îmbinărilor cu șuruburi (buloane), este asemănător cu cel al îmbinărilor nituite, atât în ceea ce privește determinarea rezistenței la forfecare cât și pentru calculul la strivire al pereților găurii; în calcul se ia diametrul tijei nitului.

2.2.4 Îmbinări sudate

Sudurile se clasifică după poziția cordoanelor în raport cu piesele pe care le îmbină, astfel: suduri cap la cap (în adâncime) și suduri de colț (în relief).

Sudura cap la cap se execută prin alăturarea suprafețelor de contact și adăugarea între acestea a materialului de lipit.

Sudura de colț se execută în cazul pieselor suprapuse sau care fac un unghi oarecare între ele.

După poziția sudurii față de direcția solicitării, se deosebesc (vezi figura 8):

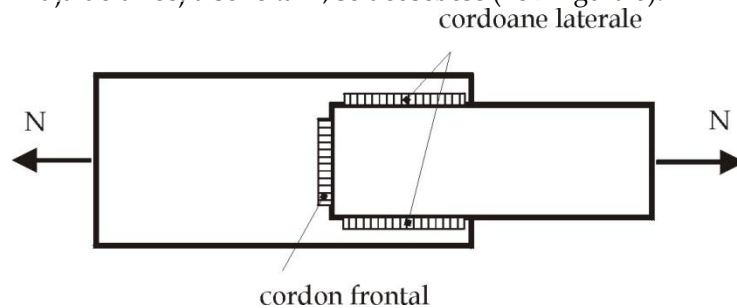


fig.8

Calculul sudurilor de colț

Experimental, se constată că sudurile de colț se rup prin forfecare în planul bisector (plan la 45°) al cordonului de sudură, prin depășirea valorilor tensiunilor tangențiale de rupere ale materialului sudurii; elementele de calcul caracteristice sunt grosimea și lungimea cordonului de sudură (vezi figura 9).

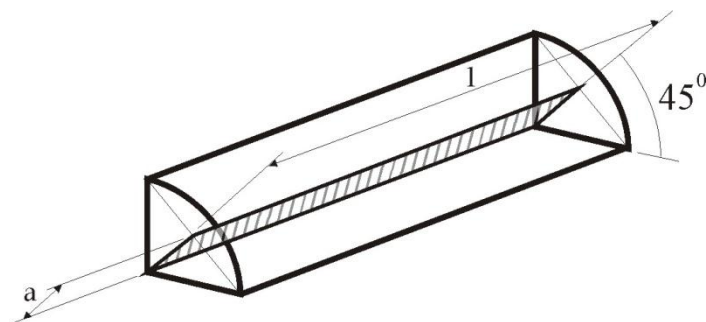


fig.9

Grosimea de calcul a cordonului de sudură, notată cu a, se consideră a fi egală cu înălțimea triunghiului isoscel înscris în secțiunea transversală a cordonului de sudură; grosimea recomandabilă va fi $a = 0,7t_{min}$, cu t_{min} - grosimea piesei celei mai subțiri care se sudează. În cazul profilelor tip cornier, relația de calcul va fi $a = 0,85t$. Pentru sudurile de rezistență, grosimea minimă a cordonului de sudură este $a_{min} = 3 \div 4 \text{ mm}$.

Lungimea de calcul a cordonului de sudură, notată l , rezultă din lungimea efectivă a cordonului, l_s , prin scăderea zonelor de la capetele acestuia, unde sudura nu este suficient pătrunsă în materialul de bază, zonă considerată (prin convenție) a fi de lungime egală cu a , la ambele capete (vezi figura 10).

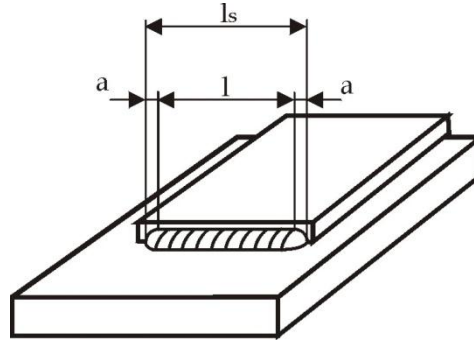


fig.10

Astfel:

$$l = l_s - 2a; \quad l \geq 6a, (\text{min. } 40 \text{ mm}); \quad l \leq 60a.$$

Considerându-se distribuția uniformă a tensiunilor tangențiale pe planul bisector de forfecare al cordonului de sudură și ținând seama că forța tăietoare (care tinde să foarfece îmbinarea sudată) este chiar forța axială N , condiția de rezistență a îmbinării sudate se scrie:

$$\tau_s = \frac{N}{\sum_i a_i l_i} \leq \tau_{as}, \text{ prin metoda rezistențelor admisibile};$$

$$\tau_s = \frac{N}{\sum_i a_i l_i} \leq R_f^s, \text{ prin metoda stărilor limită},$$

în care $\sum_i a_i l_i$ reprezintă suma ariilor secțiunilor tuturor cordoanelor de sudură ce participă la transmiterea forței N ; experimental, $\tau_{as} = 0,65 \sigma_a$.

Dimensionarea unei îmbinări sudate se face respectând următoarele principii:

- principiul centrării efortului – eforturile N_1 și N_2 (vezi figura 11), prin care cele două cordoane transmit efortul axial din bară la guseu, trebuie să aibă suportul rezultantei suprapus peste N ;
- optimizarea îmbinării – aceasta trebuie să fie cât mai scurtă (grosimea cordonului de sudură să fie cât mai mare).

Dimensionarea implică, de obicei, determinarea lungimii cordonului de sudură, grosimea a rezultând ca funcție de grosimea pieselor îmbinate.

În cazul prinderii de guseu a unui profil metalic cornier (caz întâlnit la grinzi cu zăbrele plane sau spațiale – structuri poduri, brațe de macara, etc.), pentru centrare, cordoanele de sudură se iau de lungimi diferite, astfel ca rezultanta eforturilor N_1 și N_2 din cele două cordoane să treacă prin centrul de greutate al profilului.

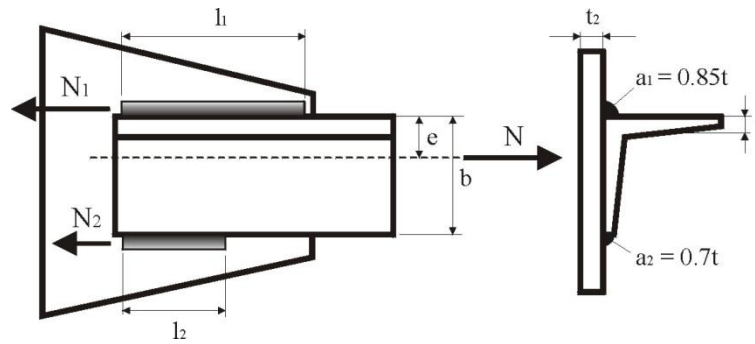


fig.11

Ecuțiile de echilibru sunt:

$$\sum X_i = 0 \Rightarrow N_1 + N_2 = N;$$

$$\sum M_i = 0 \Rightarrow N_1 \cdot e - N_2 \cdot (b - e) = 0,$$

rezultă:

$$N_1 = N \frac{b-e}{b} \leq a_1 \cdot l_1 \cdot \tau_{as};$$

$$N_2 = N \frac{e}{b} \leq a_2 \cdot l_2 \cdot \tau_{as}.$$

Lungimile de calcul ale cordoanelor corespunzătoare sunt:

$$l_1 = \frac{N_1}{\tau_{as} \cdot a_1} = \frac{N(b-e)}{\tau_{as} \cdot a_1 \cdot b}; \quad l_2 = \frac{N \cdot e}{\tau_{as} \cdot a_2 \cdot b},$$

de unde rezultă lungimile efective (reale) ale cordoanelor de executat, astfel:

$$l_{1s} = l_1 + 2a_1;$$

$$l_{2s} = l_2 + 2a_2.$$

Bibliografie

- Andreescu I., Mocanu Șt.,- *Compendiu de Rezistența Materialelor* (curs), Ed. MatrixRom, București, 2005, ISBN 973-685-869-3, (Cap.1, p.98÷103).
- Ungureanu I., Ispas B., Constantinescu E.,- *Rezistența Materialelor I* (curs), Universitatea Tehnică de Construcții București, 1995, (Cap.1, p.128÷136).
- Suport de curs de Rezistența Materialelor (ing.zi, ing.seral), format multimedia și site – Mocanu Șt., ediție de uz intern, Facultatea de Utilaj Tehnologic, 2006, (curs 6).