## 5. Caracteristici geometrice la suprafețe plane II

### 5.2.3 Secțiune compusă cu profile laminate

Se cere determinarea caracteristicilor geometrice pentru secțiunea antisimetrică din figura de mai jos:

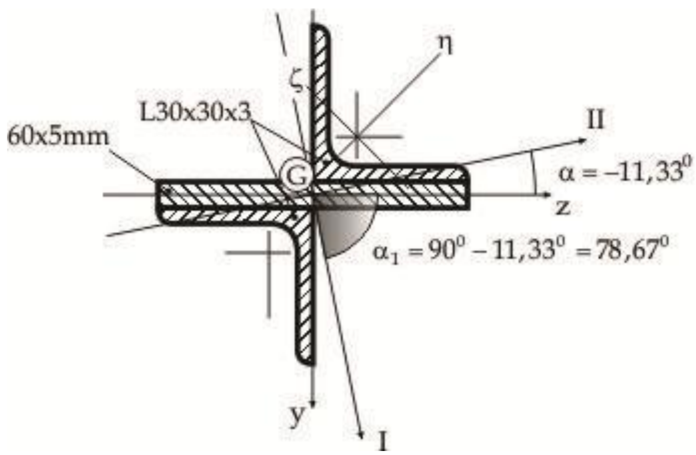



fig.1

Poziția centrului de greutate a secțiunii se găseşte chiar la intersecția celor două axe de antisimetrie y şi z; nemaifiind necesare alte calcule, se trece direct la determinarea momentelor de inerție axiale, pentru care se folosesc formulele lui Steiner precum şi valorile pre-calculate din tabelele cu profile laminate standardizate (fig.2).

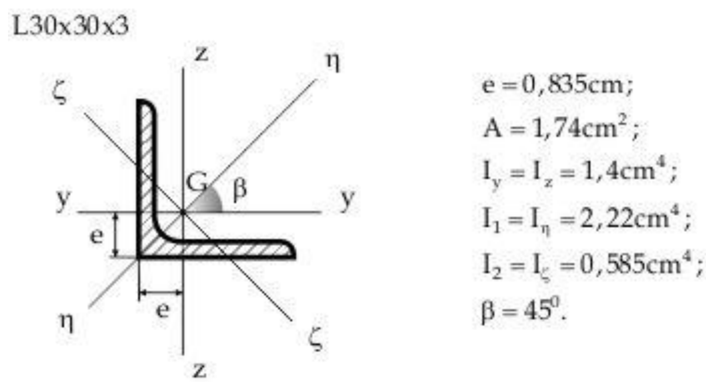



fig.2

**Obs.**

Se acordă atenție modului de notare al axelor sistemului de referință utilizat în tabele, sistem care de cele mai multe ori (inclusiv cazul de fată), **nu** coincide cu cel din problemă.

Se fac transformările necesare pentru asigurarea omogenității dimensionale a expresiilor de calcul.

Se determină momentele de inerție axiale:

$$I_z = 2\left[1,4\cdot \overset{cm^4\to mm^4}{10^4} + 1,74\cdot \overset{cm^2\to mm^2}{10^2}\left(0,835\cdot \overset{cm\to mm}{10} + \frac{5}{2}\right)^2\right] + \frac{60\cdot 5^3}{12} = 6,96\cdot 10^4\,mm^4;$$

$$I_y = 2\left[1,4\cdot 10^4 + 1,74\cdot 10^2\left(0,835\cdot 10\right)^2\right] + \frac{5\cdot 60^3}{12} = 1,423\cdot 10^5\,mm^4. \tag{7.1}$$

Pentru <u>un profil laminat cornier</u>, momentul de inerție centrifugal în raport cu propriile axe (fig.2), se calculează cu relația:

$$I_{zy} = \frac{I_1 - I_2}{2}\cdot \sin 2\beta, \tag{7.2}$$

în care $I_1$, $I_2$ reprezintă momentele de inerție principale ale profilului cornier, iar $\beta$, unghiul de înclinare al axelor principale de inerție (în cazul de față $\beta = 45^0$ ).

Prin substituire se obține momentul de inerție centrifugal pentru întreaga secțiune compusă, astfel:

$$I_{zy} = 2\left[\frac{\left(2,22 - 0,585\right)\cdot 10^4}{2}\cdot \sin\left(2\cdot 45^0\right) - 1,74\cdot 10^2\cdot 8,35\cdot\left(8,35 + 2,5\right)\right] = -1,518\cdot 10^4\,mm^4. \tag{7.3}$$

Se determină momentele de inerție principale şi poziția axelor principale de inerție, astfel:

$$\begin{aligned} & tg\,2\alpha = \frac{-2\left(-1,518\cdot 10^4\right)}{6,96\cdot 10^4 - 1,423\cdot 10^5} \Rightarrow \alpha = -11,33^0; \\ & \alpha_1 = 90^0 - 11,33^0 = 78,67^0, \\ & I_{1,2} = \frac{6,96\cdot 10^4 + 1,423\cdot 10^5}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\left(6,96\cdot 10^4 - 1,423\cdot 10^5\right)^2 + 4\left(-1,518\cdot 10^4\right)^2} \\ & I_1 = 1,453\cdot 10^5\,mm^4;\quad I_2 = 6,656\cdot 10^4\,mm^4. \end{aligned} \tag{7.4}$$

## 6. Solicitarea de întindere / compresiune centrică

### 6.1 Introducere

Presupunând însuşite modalitățile de estimare a variației în lungul tronsoanelor a valorii eforturilor secționale, precum şi metodele de calcul a caracteristicilor geometrice ale secțiunii structurilor în discuție, se studiază algoritmii de calcul în ceea ce priveşte tratarea problemelor din Rezistența Materialelor din punctul de vedere al solicitării axial-centrice de întindere sau compresiune (vezi curs 5).

Obiectivul acestui seminar este de a descrie şi exemplifica metode de rezolvare a problemelor legate de dimensionarea din diverse puncte de vedere, în cazul solicitării de întindere / compresiune centrică.

Vor fi dobândite competențe de stabilire și determinare cantitativă a valorilor corecte ale caracteristicilor geometrice corespunzătoare schemei de calcul date, în scopul utilizării acestora în cadrul treptelor ulterioare ale algoritmului general de rezolvare al unei probleme de Rezistența Materialelor.

Durata medie de studiu individual pentru această prezentare este de circa 60 de minute.

## 6.2 Exemple de calcul

### 6.2.1 Dimensionare din condiția de rezistență

Se cere dimensionarea tirantului din sistemul de bare cu trei articulații din figura 3, secțiunea acestuia fiind de formă inelară, cu relația de legătură între diametre $D/d = 1,2$ (fig.3). Materialul din care este confecționat tirantul admite o tensiune maximă $\sigma_a = 160 N/mm^2$.

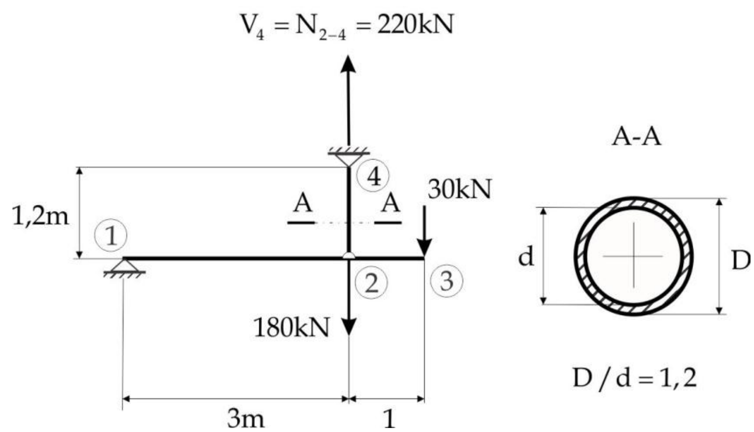



fig.3

Se porneşte raționamentul de la relația legii de distribuție pe secțiune a efortului unitar normal (curs 5), astfel:

$$\sigma = \frac{N}{A}, \tag{7.5}$$

prin particularizare la problema de față obținându-se relația de dimansionare la întindere / compresiune din condiția de rezistență:

$$A_{nec} = \frac{N_{ef}}{\sigma_a}; \tag{7.6}$$

în care:

- $A_{nec}$ - aria necesară a suprafeței secțiunii transversale a barei dimensionate;
- $N_{ef}$ - forța la care se face calculul (depinde de datele inițiale ale problemei);
- $\sigma_a$ - tensiunea maxim admisibilă a materialului utilizat.

În cazul de față, forța la care se dimensionează este chiar forța axială de la nivelul tirantului 2-4, astfel:

$$\Sigma M_1 = 0, \quad 180 \cdot 3 - V_4 \cdot 3 + 30 \cdot 4 = 0 \Rightarrow V_4 = N_{2-4} = 220 kN. \tag{7.7}$$

Prin înlocuire în relația (7.6) se obține:

$$A_{nec} = \frac{220 \cdot \overset{kN \to N}{10^3}}{160} = 1375 mm^2, \tag{7.8}$$

aria efectivă, scrisă sub formă literală sau simbolică, fiind de forma:

$$A_{ef} = \frac{\pi}{4}\left(D^2 - d^2\right) \overset{D=1,2d}{=} \frac{\pi}{4}\left[\left(1,2d\right)^2 - d^2\right] \Rightarrow A_{ef} = 0,346 d^2. \tag{7.9}$$

Punând condiția ca $A_{ef} = A_{nec}$ (la limită), se obține:

$$d_{nec} = \sqrt{\frac{1375}{0,346}} = 63,04\text{mm};$$
$$D_{nec} \overset{D=1,2d}{=} 63,04 \cdot 1,2 = 75,65\text{mm}, \tag{7.10}$$

prin ajustare convenabilă, se adoptă mărimile finale:

$$D_{ef} = 76\text{mm};$$
$$d_{ef} = 62\text{mm}. \tag{7.11}$$

**Obs.**

Dimensiunile golurilor se micşorează, în caz contrar apărând slăbiri suplimentare ale secțiunii.

Nici un calcul nu se efectuează fără verificarea în prealabil a omogenității dimensionale a expresiei!

## 6.2.2 Dimensionare din condiția de rigiditate

Se cere dimensionarea barei supusă acțiunii unei forțe concentrate $P = 300\text{daN}$ din figura de mai jos; secțiunea barei este de formă circulară plină, materialul utilizat este oțel cu modulul de elasticitate longitudinal $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{N}/\text{mm}^2$, deformația specifică maxim admisibilă la întindere fiind $\varepsilon_a = 0,03\%$.

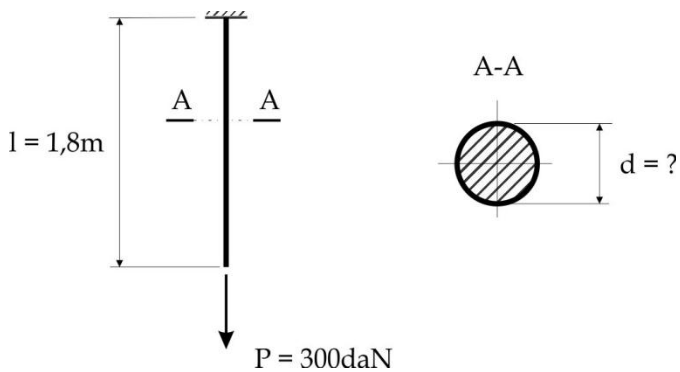



fig.4

Se porneşte de la expresia alungirii specifice în cazul barelor supuse la solicitarea de întindere (curs 5), astfel:

$$\varepsilon = \frac{N}{EA}, \tag{7.12}$$

de unde se deduce formula de dimensionare la întindere / compresiune din condiția de rigiditate:

$$A_{nec} = \frac{N_{ef}}{E \cdot \varepsilon_a}; \tag{7.13}$$

în care:

- $A_{nec}$ - aria necesară a suprafeței secțiunii transversale a barei dimensionate;
- $N_{ef}$ - forța la care se face calculul (depinde de datele inițiale ale problemei);
- $\varepsilon_a$ - deformația specifică maxim admisibilă impusă.

Prin înlocuire directă în relația (7.13), se obține:

$$A_{nec} = \frac{300 \cdot \overset{daN \to N}{10}}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,03/100} \Rightarrow A_{nec} = 47,62\text{mm}^2. \tag{7.14}$$

Punând condiția ca $A_{ef} = A_{nec}$ (la limită), se obține:

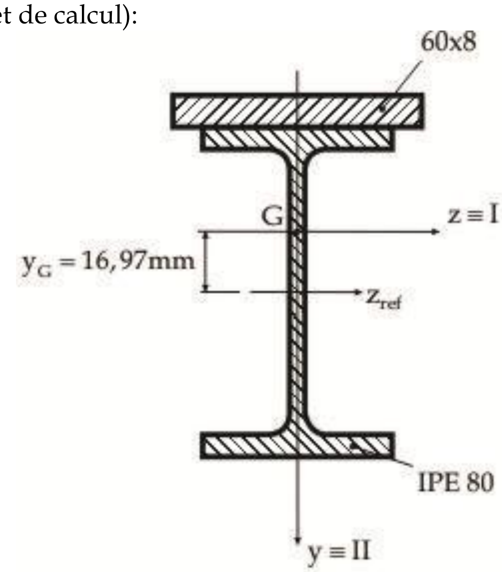
$$\frac{\pi d^2}{4} = 47,62 \Rightarrow d_{nec} = \sqrt{\frac{47,62 \cdot 4}{\pi}} = 7,79mm, \tag{7.15}$$

se adoptă $d_{ef} = 8mm$.

## Temă de control

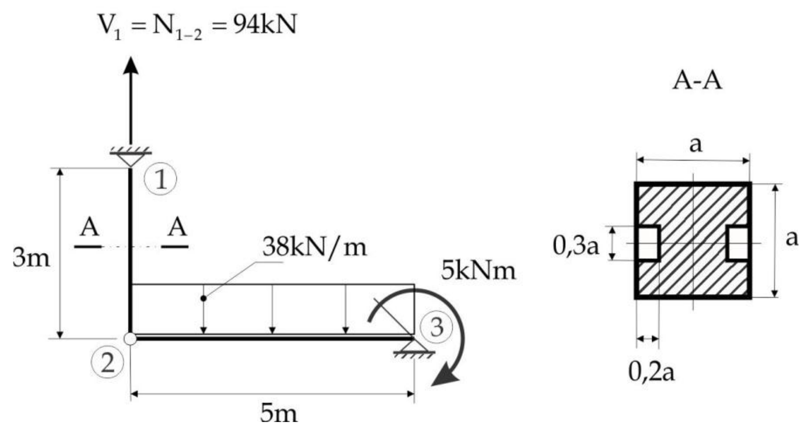
### T1

Se cere calculul caracteristicilor geometrice pentru secțiunea din figura de mai jos (este necesară parcurgerea algoritmului complet de calcul):



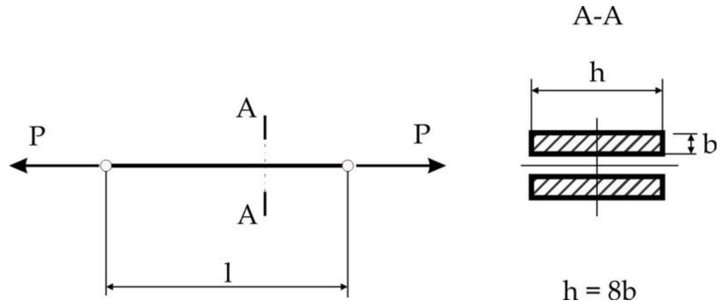

### T2

Se cere dimensionarea tirantului 1-2 din cadrul cu trei articulații din figura de mai jos ( $a = ?$ ); $\sigma_a = 120N/mm^2$.



**T3**

Se cere dimensionarea barei dublu articulate din figura de mai jos, solicitată axial centric de o forță $P = 188kN$, secțiunea fiind alcătuită din două platbande hxb, materialul utilizat fiind oțel cu $E = 2,1 \cdot 10^5 N/mm^2$. Deformația specifică maxim prescrisă, din datele inițiale ale problemei, este de $\varepsilon_a = 0,04\%$.




## Sugestii de rezolvare și răspunsuri

**T1**

$$y_G = \frac{-60 \cdot 8 \cdot 44}{60 \cdot 8 + 7,64 \cdot 10^2} = -16,97mm;$$

$$I_z = I_1 = \frac{60 \cdot 8^3}{12} + 60 \cdot 8(44 - 16,97)^2 + 80,1 \cdot 10^4 + 7,64 \cdot 10^2 \cdot 16,97^2 = 1,37 \cdot 10^6 mm^4;$$

$$I_y = I_2 = \frac{8 \cdot 60^3}{12} + 8,49 \cdot 10^4 = 2,29 \cdot 10^5 mm^4;$$

$$I_{zy} = 0;$$

$$\alpha_1 = 0.$$

**T2**

$$\Sigma M_3 = 0, \quad V_1 \cdot 5 - 38 \cdot 5 \cdot 2,5 + 5 = 0 \Rightarrow V_1 = N_{1-2} = 94kN;$$

$$A_{nec} = \frac{94 \cdot 10^3}{120} = 783,33mm^2;$$

$$A_{ef} = a^2 - 2 \cdot 0,3a \cdot 0,2a = 0,88a^2;$$

$$a_{nec} = \sqrt{\frac{783,33}{0,88}} = 29,83mm;$$

adopt $a_{ef} = 30mm.$

**T3**

$$A_{nec} = \frac{188 \cdot 10^3}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 0,04/100} = 2238,1mm^2;$$

$$A_{ef} = 2 \cdot b \cdot h \overset{h=8b}{=} 16b^2;$$

$$b_{nec} = \sqrt{\frac{2238.1}{16}} = 11,83mm;$$

adopt

$b_{ef} = 12mm,$

$h_{ef} = 12 \cdot 8 = 96mm.$