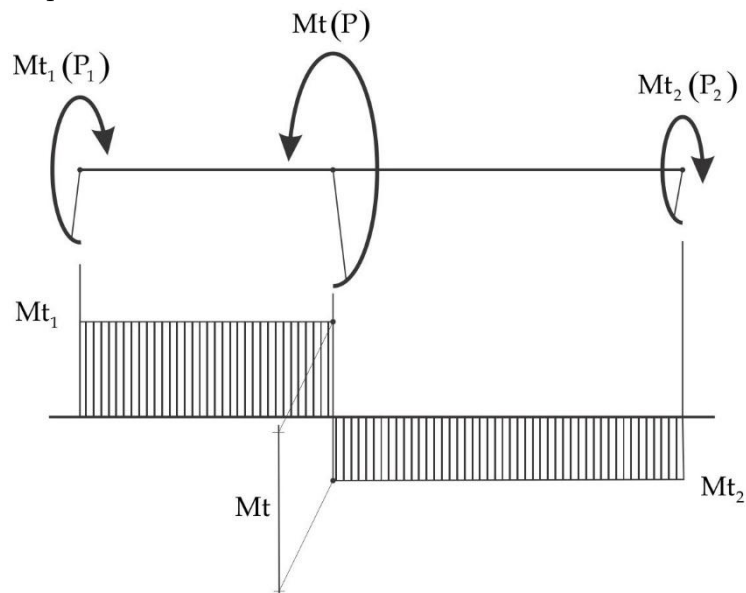


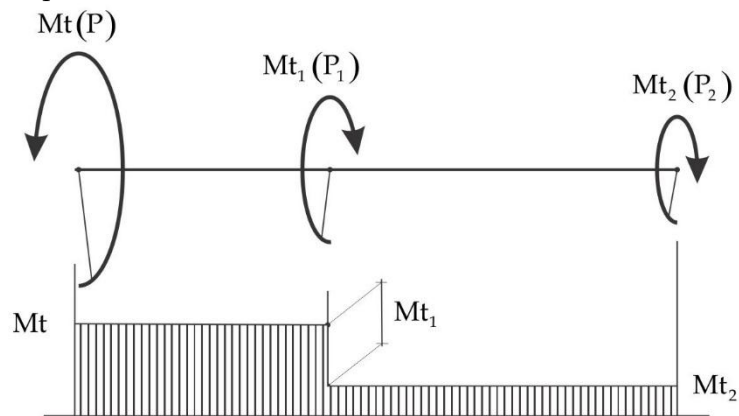
Torsiune. Sectiuni de revolutie

1. Un motor cu puterea de $P = 90\text{kW}$ antreneaza doi consumatori de $P_1 = 65\text{kW}$, respectiv $P_2 = 25\text{kW}$. Se cere dimensionarea arborelui de sectiune circulara plina de diametru "d", materialul utilizat avand $\tau_a = 60\text{N/mm}^2$, turatia de lucru a sistemului fiind de $n = 1200\text{rot/min}$.
discutie doua variante constructive

- cu motorul amplasat intre consumatori;



- cu motorul amplasat la o extremitate.



Se alege (eventual) prima varianta constructiva; dimensionarea (din conditia de rezistenta) se face la valoarea momentului de torsiune $Mt_1 (> Mt_2)$, din relatia de legatura dintre putere, turatie si moment de torsiune rezulta:

$$Mt_1 = 9,55 \frac{P_1}{n},$$

in care: P_1 - puterea utilizata de consumatorul "1", [kW] ;

n - turatia de lucru, [rot/min] ;

Mt_1 - momentul de torsiune corespunzator datelor de mai sus, [kNm] ,

prin inlocuire se obtine:

$$Mt_1 = 9,55 \frac{65}{1200} \Rightarrow Mt_1 = 0,517 \text{ kNm.}$$

Din relatia de dimensionare din conditia de rezistenta, rezulta:

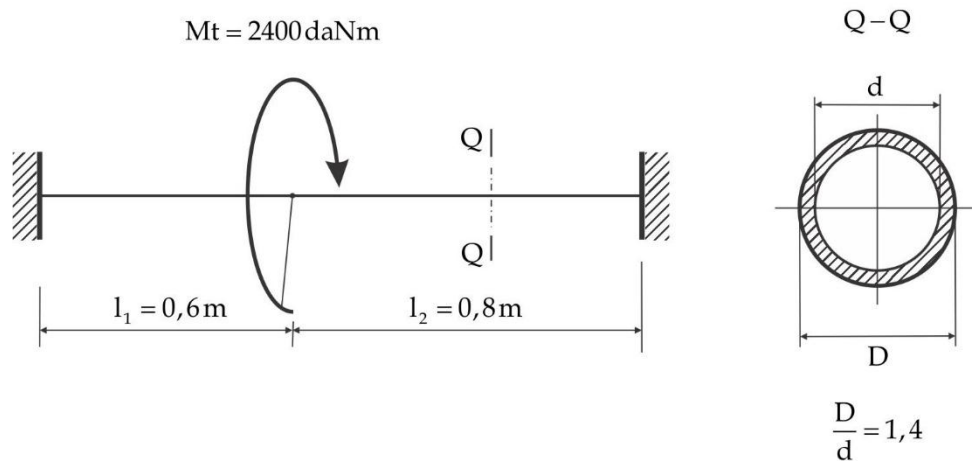
$$W_{p_{nec.}} = \frac{Mt}{\tau_a} \Rightarrow W_{p_{nec.}} = \frac{0,517 \cdot 10^6}{60} = 8,62 \cdot 10^3 \text{ mm}^3;$$

pentru sectiune de forma circulara plina de diametru "d":

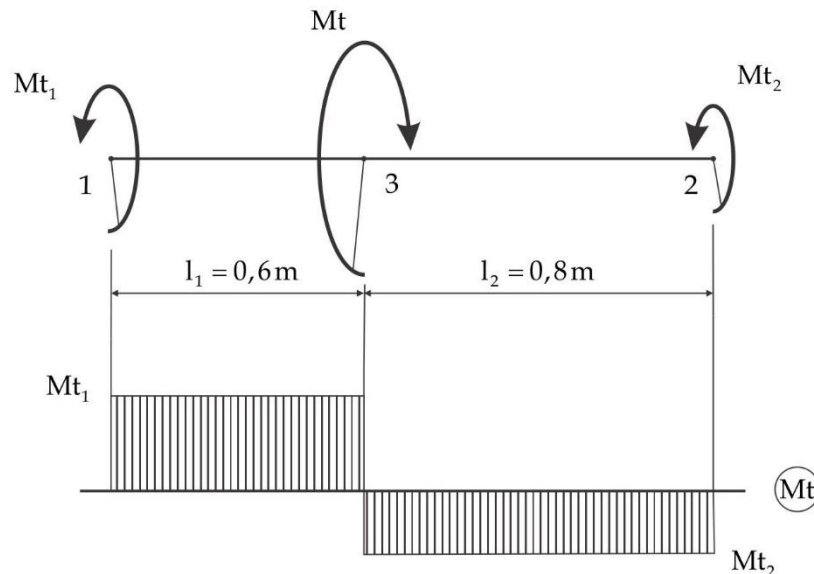
$$\left. \begin{aligned} W_{p_{ef.}} &= \frac{\pi \cdot d^3}{16}; \\ W_{p_{ef.}}^{lim.} &= W_{p_{nec.}}; \\ \frac{\pi \cdot d^3}{16} &= 8,62 \cdot 10^3, \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_{nec.} = \sqrt[3]{\frac{8,62 \cdot 10^3 \cdot 16}{\pi}}; \quad d_{nec.} = 35,28 \text{ mm},$$

se adopta $d = 36 \text{ mm}$.

2. Un arbore incastrat la ambele capete este solicitat de catre un moment de torsiune ca in figura de mai jos. Se cere determinarea reactiunilor din reazeme precum si valoarea deformatiei totale maxime la rasucire; se cunosc: $G = 7,9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\tau_a = 80 \text{ N/mm}^2$.



- stabilirea reactiunilor din reazeme;



studiu static

$$\sum Mt_{1-2} = 0 \Rightarrow Mt_1 + Mt_2 = Mt;$$

studiu geometric

$$\varphi_{3-1} = \varphi_{3-2},$$

in caz contrar integritatea structurii fiind afectata (varianta lipsita de interes);

studiu fizic

se porneste de la expresia generica a deformatiei totale la rasucire, $\varphi = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot Ip}$, prin particularizare:

$$\varphi_{3-1} = \varphi_{1-3} = \frac{Mt_1 \cdot l_1}{G \cdot Ip}; \quad \varphi_{3-2} = \varphi_{2-3} = \frac{Mt_2 \cdot l_2}{G \cdot Ip}.$$

Din corolarul studiilor geometric si fizic rezulta:

$$Mt_1 \cdot l_1 = Mt_2 \cdot l_2,$$

relatie ce formeaza un sistem de ecuatii impreuna cu expresia bilantului exprimat prin studiu static, radacinile sistemului fiind chiar reactiunile dorite, astfel:

$$\begin{cases} Mt_1 + Mt_2 = 2400, \\ 0,6Mt_1 = 0,8Mt_2 \end{cases} \Rightarrow Mt_1 = 1371,43 \text{ daNm}, Mt_2 = 1028,6 \text{ daNm}.$$

• pentru determinarea deformatiei totale maxime la rasucire se utilizeaza relatia ce exprima studiul geometric, in forma:

$$\varphi_{3-1} = \varphi_{3-2} = \varphi_{\max};$$

este de remarcat termenul necunoscut Ip de la numitorul expresiilor (rigiditate la torsiune $G \cdot Ip$), situatie ce impune dimensionarea din conditia de rezistenta a tronsonului 1-3, astfel:

$$Wp_{\text{nec.}} = \frac{Mt_{\max}}{\tau_a} \Rightarrow Wp_{\text{nec.}} = \frac{1371,43 \cdot 10^4}{80} = 1,714 \cdot 10^5 \text{ mm}^3;$$

$$Ip_{\text{ef.}} = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4), \quad Wp_{\text{ef.}} = \frac{Ip_{\text{ef.}}}{r_{\max}} \Rightarrow Wp_{\text{ef.}} = \frac{\pi}{16D}(D^4 - d^4);$$

$$D = 1,4d \Rightarrow Wp_{\text{ef.}} = \frac{\pi}{16 \cdot 1,4d} [(1,4d)^4 - d^4], \quad Wp_{\text{ef.}} = 3,985 \cdot 10^{-1} d^3;$$

$$\left. \begin{aligned} Wp_{\text{ef.}}^{\text{lim.}} = Wp_{\text{nec.}}; \\ 3,985 \cdot 10^{-1} d^3 = 1,714 \cdot 10^5, \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_{\text{nec.}} = \sqrt[3]{\frac{1,714 \cdot 10^5}{3,985 \cdot 10^{-1}}}; \quad d_{\text{nec.}} = 75,49 \text{ mm}, \quad D_{\text{nec.}} = 1,4 \cdot 75,49; \quad D_{\text{nec.}} = 105,68 \text{ mm},$$

se adopta: $D_{\text{ef.}} = 106 \text{ mm}$, $d_{\text{ef.}} = 74 \text{ mm}$, ($T\Phi 106 \times 16$).

Momentul de inertie polar al sectiunii tronsonului este de forma:

$$Ip_{\text{ef.}} = \frac{\pi}{32}(D_{\text{ef.}}^4 - d_{\text{ef.}}^4) \Rightarrow Ip_{\text{ef.}} = \frac{\pi}{32}(106^4 - 74^4); \quad Ip_{\text{ef.}} = 9,45 \cdot 10^6 \text{ mm}^4.$$

Deformatia totala maxima la torsiune va fi:

$$\varphi_{\max.} = \varphi_{3-1} = \varphi_{3-2}; \quad \varphi_{3-1} = \frac{Mt_1 \cdot l_1}{G \cdot Ip},$$
$$\varphi_{\max.} = \frac{1371,43 \cdot 10^4 \cdot 0,6 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^4 \cdot 9,45 \cdot 10^6}; \quad \varphi_{\max.} = 1,102 \cdot 10^{-2} \text{ rad}.$$

Alte exemple rezolvate

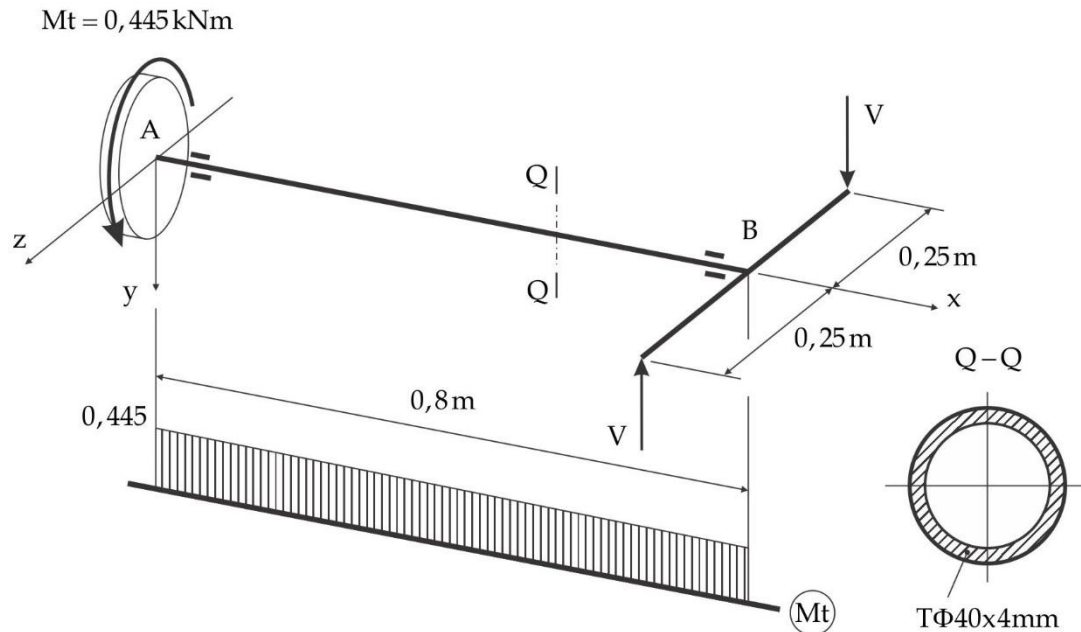
T1. Pentru arborele din figura de mai jos se cer:

- stabilirea valorilor fortelor "V" si verificarea arborelui;
- gasirea deformatiei totale maxime la torsiune a sistemului.

se cunosc:

$$\tau_a = 65 \text{ N/mm}^2;$$

$$G = 7,9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2 \text{ (MPa)}.$$



- gasirea valorii sarcinilor "V" si verificarea arborelui;

$$\left. \begin{aligned} \Sigma M_{A-B} = 0 &\Rightarrow Mt - 2V \cdot 0,25 = 0, V = 0,89 \text{ kN}; \\ \tau_{ef.} &= \frac{Mt}{W_{p_{ef.}}}, W_{p_{ef.}} = \frac{I_{p_{ef.}}}{r_{max.}}; \\ I_{p_{ef.}} &= \frac{\pi}{32}(40^4 - 32^4), I_{p_{ef.}} = 1,484 \cdot 10^5 \text{ mm}^4; \\ W_{p_{ef.}} &= \frac{1,484 \cdot 10^5}{40/2}, W_{p_{ef.}} = 7,42 \cdot 10^3 \text{ mm}^3, \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau_{ef.} = \frac{0,445 \cdot 10^6}{7,42 \cdot 10^3}, \tau_{ef.} = 60 \text{ N/mm}^2,$$

$$\tau_{ef.} < \tau_a (60 < 65 \text{ N/mm}^2), \text{ arborele rezista.}$$

- calculul deformatiei maxime la rasucire (torsiune);

$$\varphi_{max.} = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot I_p} \Rightarrow \varphi_{max.} = \frac{0,445 \cdot 10^6 \cdot 0,8 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^4 \cdot 1,484 \cdot 10^5}, \varphi_{max.} = 3,04 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

T2. Se cere dimensionarea unui arbore de sectiune circulara plina, ce transmite o putere $P = 100 \text{ C.P.}$ la o turatie de $n = 2000 \text{ rot/min}$, cunoscand:

$$\tau_a = 30 \text{ N/mm}^2, \theta_a = 0,25^\circ / \text{m}, G = 7,9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2.$$

- se calculeaza momentul de torsiune transmis de catre arbore;

$$[\text{kNm}] Mt = 70,26 \frac{P[\text{C.P.}]}{n[\text{rot/min}]} \Rightarrow Mt = 70,26 \cdot \frac{100}{2000}, Mt = 3,513 \text{ kNm.}$$

- se face dimensionarea din conditia de rezistenta;

$$\left. \begin{aligned} \left(\tau_{max.} = \frac{Mt_{lim.}}{W_p} = \tau_a \right), W_{p_{nec.}} &= \frac{Mt}{\tau_a}; \\ W_{p_{nec.}} &= \frac{3,513 \cdot 10^6}{30}, W_{p_{nec.}} = 1,171 \cdot 10^5 \text{ mm}^3; \\ W_{p_{ef.}} &= \frac{\pi d^3}{16}; \\ W_{p_{ef.}}^{lim.} &= W_{p_{nec.}}, \frac{\pi d^3}{16} = 1,171 \cdot 10^5, \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_{nec.}^{rez.} = \sqrt[3]{\frac{1,171 \cdot 10^5 \cdot 16}{\pi}}, d_{nec.}^{rez.} = 84,17 \text{ mm};$$

- se face dimensionarea din conditia de rigiditate;

$$\left(\theta = \frac{Mt}{G \cdot I_p} \right), I_{p_{nec.}} = \frac{Mt}{G \cdot \theta_a};$$

$$\theta_a = \frac{0,25 \cdot \pi}{180^\circ} \cdot \frac{1}{10^3} \text{ rad./mm};$$

$$\left. \begin{aligned} I_{p_{nec.}} &= \frac{3,513 \cdot 10^6}{7,9 \cdot 10^4 \cdot 4,363 \cdot 10^{-6}}, I_{p_{nec.}} = 1,02 \cdot 10^7 \text{ mm}^4; \\ I_{p_{ef.}} &= \frac{\pi d^4}{32}; \\ I_{p_{nec.}}^{lim.} &= I_{p_{ef.}}, \frac{\pi d^4}{32} = 1,02 \cdot 10^7, \end{aligned} \right\} \Rightarrow d_{nec.}^{rigid.} = \sqrt[4]{\frac{1,02 \cdot 10^7 \cdot 32}{\pi}}, d_{nec.}^{rigid.} = 100,96 \text{ mm};$$

se alege $d_{nec.} = \max.(d_{nec.}^{rez.}, d_{nec.}^{rigid.})$, vezi situatia defavorabila, se adopta $d_{ef.} = 102 \text{ mm}$.

T3. In sectiunea arborelui unui motor, sectiune de forma circulara plina cu diametrul $d = 20 \text{ mm}$, se produce un efort unitar tangential $\tau_{max.} = 70 \text{ N/mm}^2$. Care este lungimea totala a arborelui, daca deformatia totala la torsiune este de $\varphi = 4^\circ$? ($G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$)

- se calculeaza momentul de torsiune ce actioneaza la nivelul sectiunii;

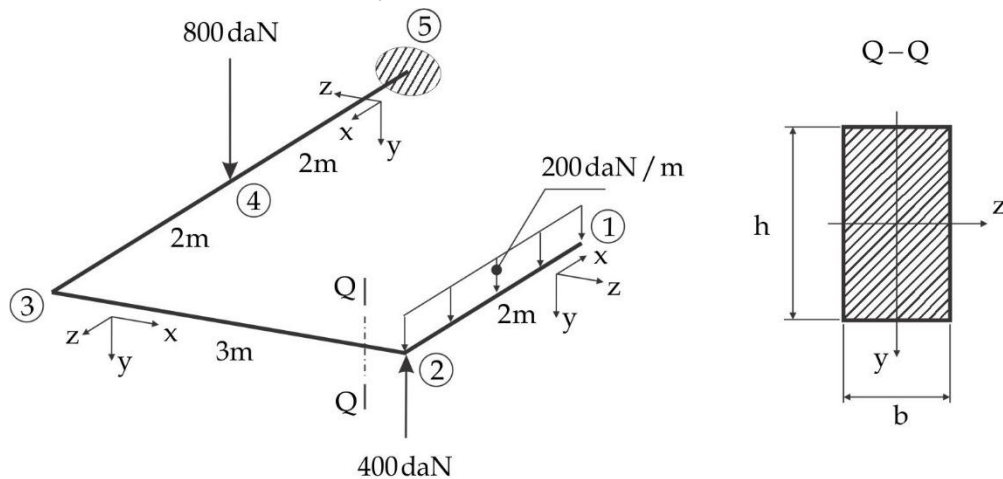
$$\left. \begin{aligned} \left(\tau_{max.} = \frac{Mt}{W_p} \right), Mt = \tau_{max.} \cdot W_p; \\ W_p = \frac{\pi d^3}{16}; \end{aligned} \right\} \Rightarrow Mt = 70 \cdot \frac{\pi \cdot 20^3}{16}, Mt = 1,099 \cdot 10^5 \text{ Nmm};$$

- se stabileste lungimea arborelui;

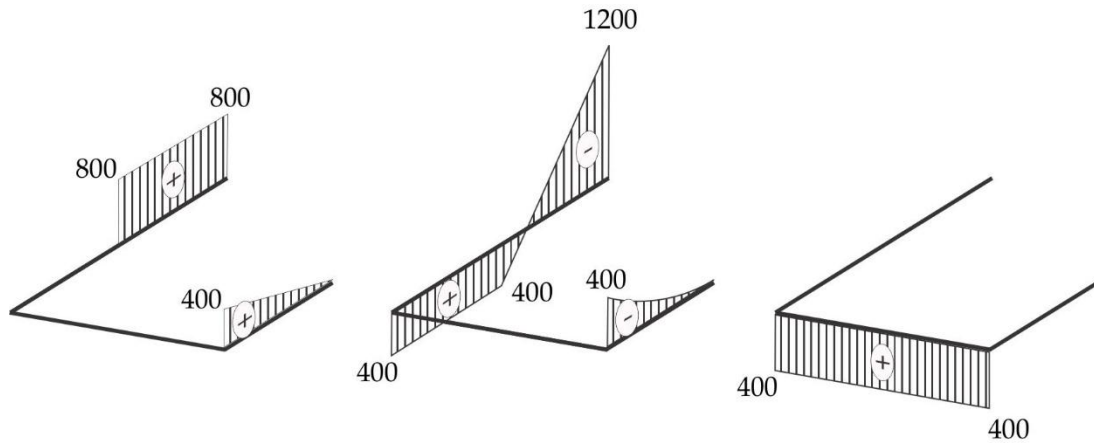
$$\left. \begin{aligned} \left(\varphi = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot I_p} \right), l_{ef.} = \frac{\varphi \cdot G \cdot I_p}{Mt}; \\ I_p = \frac{\pi d^4}{32}, \end{aligned} \right\} \Rightarrow l_{ef.} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 8,1 \cdot 10^4 \cdot \frac{\pi \cdot 20^4}{32}}{1,099 \cdot 10^5}, l_{ef.} = 808,3 \text{ mm}.$$

Torsiune. Sectiuni necirculare

1. Pentru bara cotita incarcata perpendicular pe planul sau, din figura de mai jos, se cere verificarea sectiunii barei pe zona 2-3; $\tau_a = 60 \text{ N/mm}^2$, $h = 110 \text{ mm}$, $b = 55 \text{ mm}$.



Se traseaza diagramele de efort sectional (manual, aplicatii F.E.M., etc.), pentru gasirea tipului de solcitare la care lucreaza tronsonul 2-3 indicat.



Ty [daN]

Mz [daNm]

Mx ≡ Mt [daNm]

Tronsonul 2-3 este solicitat la torsiune; sectiunea fiind de tip dreptunghiulara simpla (plina), se utilizeaza relatia de verificare:

$$\tau_{\max.} = \frac{Mt}{Wt}$$

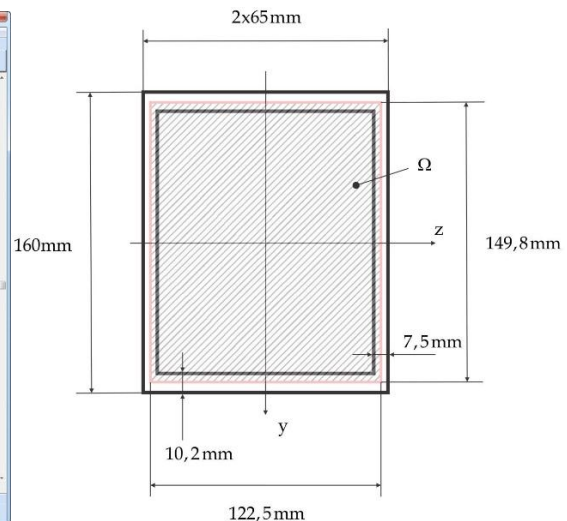
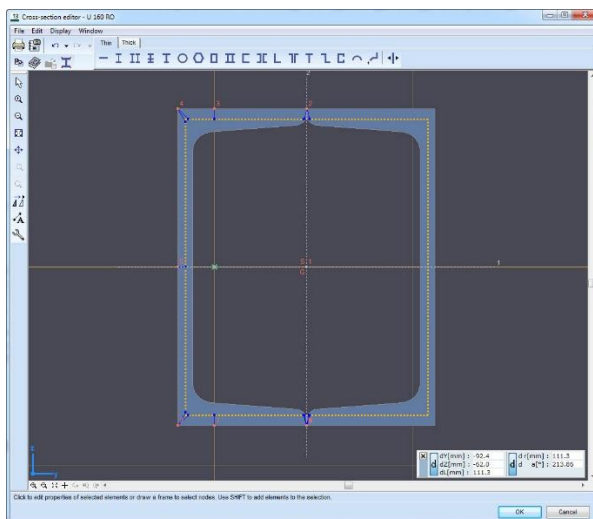
in care $Wt = \alpha \cdot h \cdot b^2$. Conform [tabelului de coeficienti](#), pentru raportul dintre laturi $h/b = 2$, rezulta $\alpha = 0,246$; prin inlocuire rezulta:

$$\tau_{\max.} = \frac{400 \cdot 10^4}{0,246 \cdot 110 \cdot 55^2} \Rightarrow \tau_{\max.} = 48,86 \text{ N/mm}^2 < 60 \text{ N/mm}^2 (= \tau_a),$$

tronsonul indeplineste conditia de rezistenta.

2. Se considera doua profile [UNP160 \(DIN1026\)](#), solicitate impreuna de catre un moment de torsiune Mt, sectiunea tronsonului solicitat fiind alcatuita in trei variante constructive. Se cere valoarea momentului de torsiune capabil Mt_{cap.} pentru cele trei variante constructive; $\tau_a = 60 \text{ N/mm}^2$.

- prima varianta constructiva (a.) – cele doua profile laminate sunt asezate fata in fata si solidarizate prin cordoane de sudura continue; se obtine un contur inchis, valoarea tensiunii tangentiale $\tau_{\max.}$ situandu-se in dreptul peretelui de grosime minima (se utilizeaza relatiile Bredt).

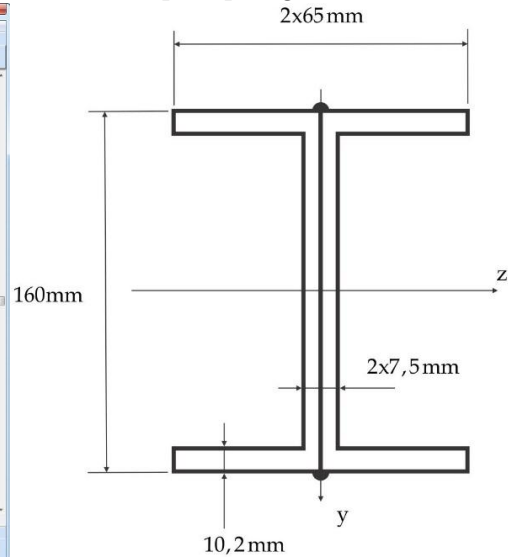
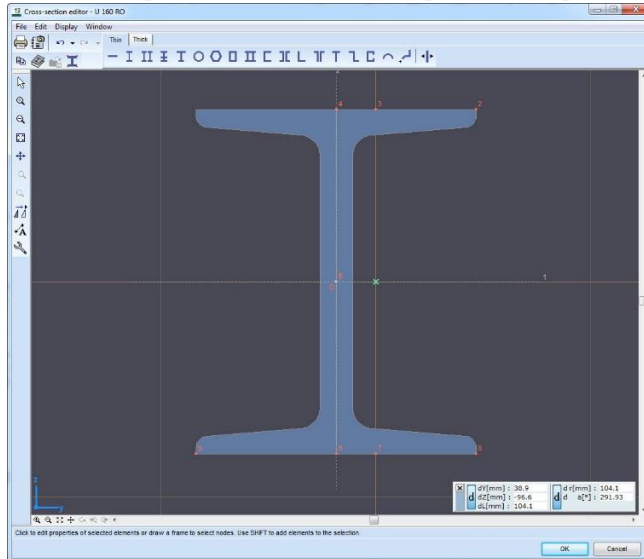


$$\left(\tau_{\max.} = \frac{Mt}{2\Omega \cdot t_{\min.}} \right) \Rightarrow Mt_{\text{cap.}} = 2\tau_a \cdot \Omega \cdot t_{\min.};$$

$$M_{t_{cap.}} = 2 \cdot 60 \cdot (160 - 10,2) (2 \cdot 65 - 7,5) \cdot 7,5;$$

$$M_{t_{cap.}}^a = 1,652 \cdot 10^7 \text{ Nmm} (= 16,52 \text{ kNm}).$$

- a doua varianta constructiva (b) – cele doua profile sunt asezate spate in spate si solidarizate prin intermediul unor cordoane de sudura continue; se obtine o sectiune de tip deschis, ce poate fi considerata (aproximata) ca fiind compusa din suprafete elementare tip dreptunghi.



Pentru un element oarecare de forma dreptunghiulara, de rang "i", tensiunea tangentiala maxima este de forma:

$$\tau_{max.}^i = \frac{Mt}{I_t} \cdot b_i,$$

in care I_t – moment de inertie la torsiune a intregii sectiuni, b_i - latura mica a elementului de forma dreptunghiulara de rang "i". In general expresia tensiunii tangentiale maxime se obtine conform:

$$\tau_{max.} = \frac{Mt}{I_t} \cdot b_{max.},$$

altfel spus, tensiunea tangentiala $\tau_{max.}$ ia nastere la jumatatea laturii mari a elementului dreptunghiular component de grosime maxima, $b_{max.}$. Astfel:

$$M_{t_{cap.}} = \frac{\tau_a \cdot I_t}{b_{max.}}, \quad \text{unde } I_t = \sum_{i=1}^n \beta_i \cdot h_i \cdot b_i^3;$$

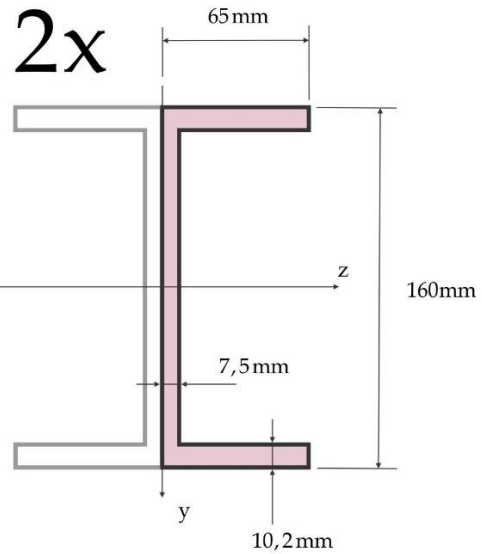
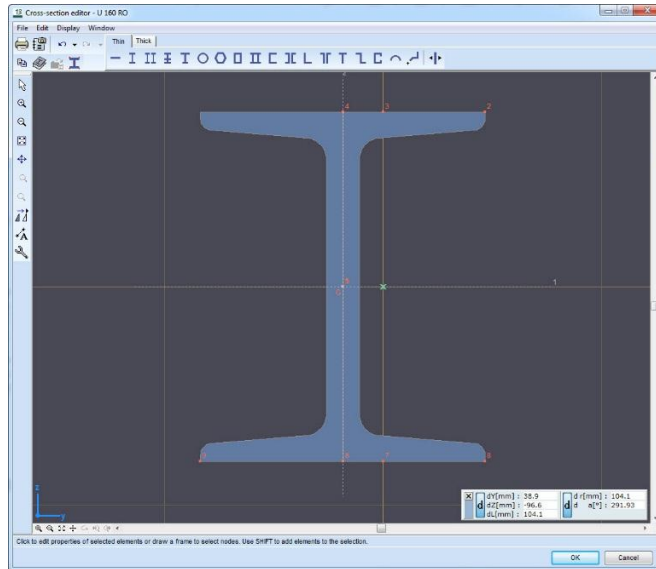
(β_i se alege conform [tabelului de coeficienti](#)). Prin inlocuire, se obtine:

$$M_{t_{cap.}} = \tau_a \cdot \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n h_i \cdot b_i^3 \cdot \frac{1}{b_{max.}};$$

$$M_{t_{cap.}}^b = \frac{60}{3 \cdot (2 \cdot 7,5)} \left[2 \cdot (2 \cdot 65) \cdot 10,2^3 + (160 - 2 \cdot 10,2) (2 \cdot 7,5)^3 \right],$$

$$M_{t_{cap.}}^b = 9,961 \cdot 10^5 \text{ Nmm} (= 0,99 \text{ kNm}).$$

- a treia varianta constructiva (c) – cele doua profile sunt asezate spate in spate dar nesolidarizate intre ele; sectiunea este tot de tip deschis (se vor utiliza expresiile generice de la varianta a doua constructiva), diferentele fiind cauzate de modul de discretizare in elemente dreptunghiulare ale suprafetei sectiunii transversale a tronsonului (alte valori ale laturilor h, respectiv b).



$$Mt_{cap.}^c = \frac{60}{3 \cdot 10,2} \cdot 2 \left[2 \cdot 65 \cdot 10,2^3 + (160 - 2 \cdot 10,2) \cdot 7,5^3 \right],$$

$$Mt_{cap.}^c = 7,72 \cdot 10^5 \text{ Nmm} (= 0,77 \text{ kNm}).$$

Alte exemple rezolvate

T1. Fie o bara de sectiune inelara cu diametrul mediu D si grosimea peretelui t ; de cate ori scade rezistenta, respectiv rigiditatea barei la torsiune prin sectionarea acesteia in lungul generatoarei - relatie suplimentara $D=6t$.



Criteriul de comparatie "rezistenta" implica utilizarea caracteristicii geometrice ce intervine in operatiunea de dimensionare din conditia de rezistenta:

$$Wt_{nec.} = \frac{Mt}{\tau_a},$$

in consecinta, se exprima modulul de rezistenta la torsiune in cele doua variante constructive, astfel:

- pentru varianta a., profil inchis (formulele lui Bredt),

$$(Wt = 2 \cdot \Omega \cdot t), \quad Wt^a = \frac{\pi \cdot D^2}{2} \cdot t;$$

- pentru varianta b., profil deschis (prin sectionare), se asimileaza forma sectiunii cu desfasurata acesteia (de forma dreptunghiulara plina),

$$\left(\begin{array}{l} Wt = \alpha \cdot b \cdot h^2, \\ \frac{h}{b} = \frac{\pi \cdot D}{t}, \frac{h}{b} = 18,85 \Rightarrow \alpha = \beta = 0,3 \end{array} \right), \quad Wt^b = \frac{1}{3} \pi \cdot D \cdot t^2;$$

din raportul celor doua expresii:

$$\frac{Wt^a}{Wt^b} = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot t}{2} \cdot \frac{3}{\pi \cdot D \cdot t^2}, \quad \frac{Wt^a}{Wt^b} = \frac{3D^{D=6t}}{2t} = 9 \text{ ori (scade rezistenta).}$$

Criteriul de comparatie "rigiditate" impune, prin simetrie de rationament, folosirea caracteristicii geometrice corespunzatoare dimensionarii din conditia de rigiditate:

$$I_{t_{nec.}} = \frac{Mt}{G \cdot \theta_a},$$

astfel, se studiaza expresiile momentului de inertie la torsiune pentru cele doua variante constructive:

- pentru varianta a., profil inchis (formulele lui Bredt),

$$\left(I_t = \frac{4\Omega^2}{\oint \frac{ds}{t}} \stackrel{t=ct.}{\Rightarrow} I_t = \frac{4\Omega^2 \cdot t}{s} \right), \quad I_t^a = \frac{4t \left(\frac{\pi \cdot D^2}{4} \right)^2}{\pi D} \text{ sau } I_t^a = \frac{\pi \cdot D^3 \cdot t}{4};$$

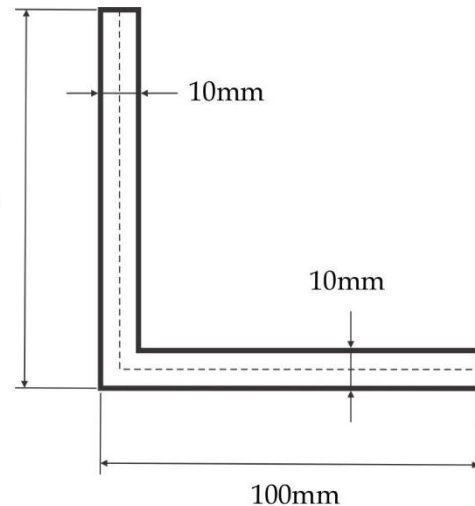
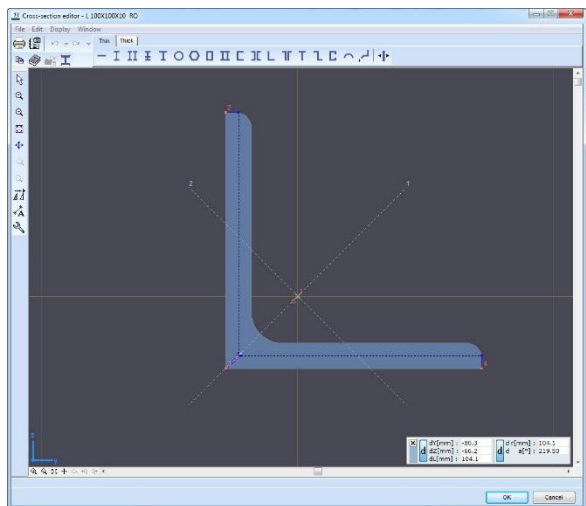
- pentru varianta b., profil deschis cu desfasurata de forma unui dreptunghi plin,

$$(I_t = \beta \cdot h \cdot b^3), \quad I_t^b = \frac{1}{3} \pi \cdot D \cdot t^3;$$

facand raportul celor doua momente de inertie la torsiune (implicit rigiditati):

$$\frac{I_t^a}{I_t^b} = \frac{\pi D^3 t}{4} \cdot \frac{3}{\pi D t^3}, \quad \frac{I_t^a}{I_t^b} = \frac{3D^2}{4t^2} \stackrel{D=6t}{=} 27 \text{ ori (scade rigiditatea).}$$

T2. Sa se determine momentul de torsiune capabil precum si deformatia totala maxima la torsiune corespunzatoare, pentru cazul unei structuri formata dintr-un profil cornier L100x100x10mm, cunoscand $\tau_a = 80 \text{ N/mm}^2$, $G = 7,9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$ si lungimea tronsonului de $l = 1,8 \text{ m}$.



Sectiunea de tip deschis poate fi asimilata cu desfasurata de forma unui dreptunghi, avand laturile $h = 2 \cdot 100 - 10 = 190 \text{ mm}$; $b = 10 \text{ mm}$. Cu relatiile teoretice corespunzatoare tipului de sectiune, momentul de torsiune capabil se poate exprima:

$$M_{t_{cap.}} = W_t \cdot \tau_a,$$

in care $W_t = \alpha h b^2$, reprezinta modulul de rezistenta la torsiune a unei sectiuni dreptunghiulare de laturi $b \times h$. Se obtine:

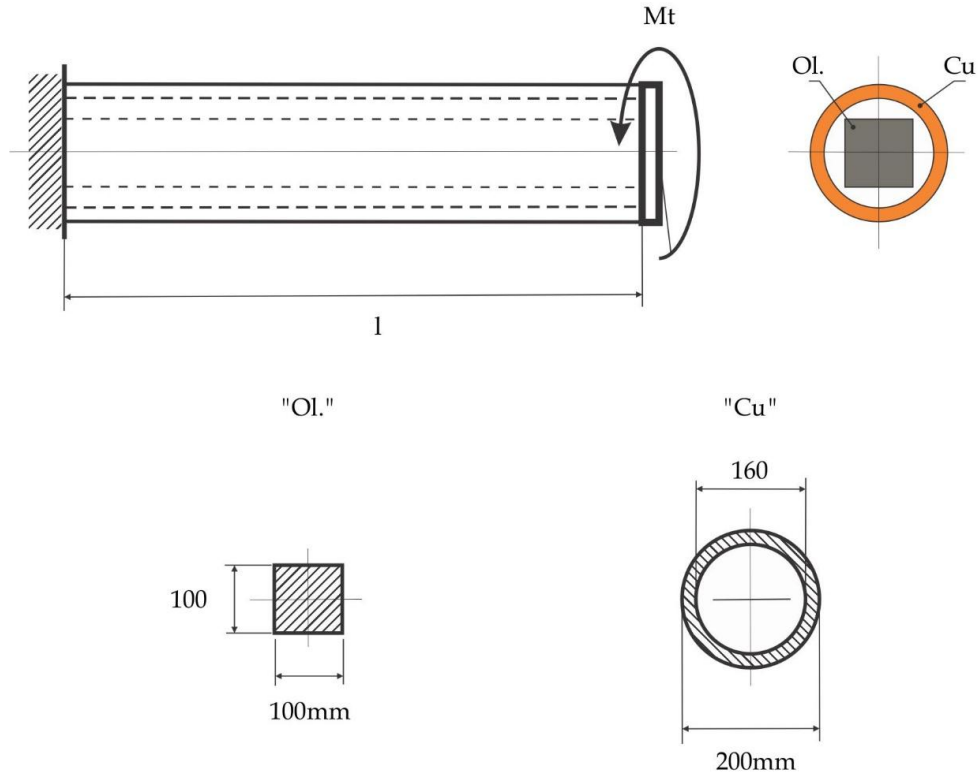
$$M_{t_{cap.}} = \frac{1}{3} \cdot 190 \cdot 10^2 \cdot 80, \quad M_{t_{cap.}} = 5,07 \cdot 10^5 \text{ Nmm}.$$

Pentru stabilirea deformatiei totale la torsiune se utilizeaza relatia $\varphi = \frac{Mt \cdot l}{G \cdot I_t}$, in care $I_t = \beta h b^3$; prin inlocuire:

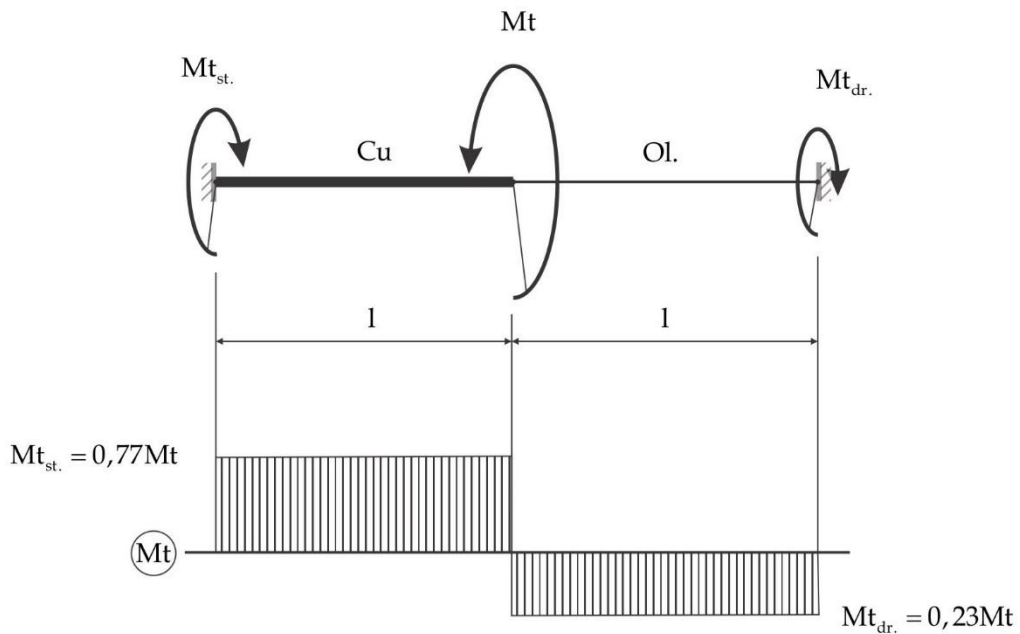
$$\varphi = \frac{5,07 \cdot 10^5 \cdot 1,8 \cdot 10^3}{7,9 \cdot 10^4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 190 \cdot 10^3}, \quad \varphi = 0,182 \text{ rad}.$$

T3. Intr-un tronson de sectiune inelara din cupru se introduce o bara de sectiune patrata din otel; tronsoanele astfel aranjate sunt incastrate la o extremitate si solidarizate intre ele printr-o placa la cealalta extremitate. Se cere valoarea momentului maxim de torsiune ce poate fi aplicat in extremitatea neincastrata a structurii, astfel incat sa se respecte conditia de rezistenta a celor doua elemente componente. Se dau:

$\tau_a^{Ol.} = 60 \text{ N/mm}^2$, $G^{Ol.} = 7,9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$,
 $\tau_a^{Cu} = 30 \text{ N/mm}^2$, $G^{Cu} = 4 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$.



Schema de calcul echivalenta este:



- studiu static,

$$M_t = M_{t_{st.}} + M_{t_{dr.}}$$

- studiu geometric si fizic,

$$\frac{M_{t_{st.}} \cdot l}{G^{Cu} \cdot I_p^{Cu}} - \frac{M_{t_{dr.}} \cdot l}{G^{Ol.} \cdot I_t^{Ol.}} = 0;$$

$$G^{Ol.} = 1,975 \cdot G^{Cu};$$

$$\left. \begin{array}{l} I_p^{Cu} = \frac{\pi}{32}(200^4 - 160^4), \quad I_p^{Cu} = 9,3 \cdot 10^7 \text{ mm}^4; \\ I_t^{Ol.} = \beta h b^3 = 0,141 \cdot 100^4, \quad I_t^{Ol.} = 1,41 \cdot 10^7 \text{ mm}^4, \end{array} \right\} \Rightarrow I_t^{Ol.} = 0,152 \cdot I_p^{Cu} \Rightarrow M_{t_{st.}} = 3,33 M_{t_{dr.}};$$

tinand seama de relatia ce exprima studiul static, rezulta:

$$M_{t_{dr.}} = 0,23 M_t;$$

$$M_{t_{st.}} = 0,77 M_t.$$

Pentru tronsonul realizat din cupru:

$$\left. \begin{array}{l} M_{t_{cap.}}^{Cu} = W_p^{Cu} \cdot \tau_a^{Cu}, \quad M_{t_{cap.}}^{Cu} = \frac{\pi}{16 \cdot 200}(200^4 - 160^4) \cdot 30 = 2,78 \cdot 10^7 \text{ Nmm}; \\ M_{t_{cap.}}^{Cu} = 0,77 M_t, \end{array} \right\} \Rightarrow M_t' = 3,61 \cdot 10^7 \text{ Nmm},$$

iar pentru tronsonul realizat din otel:

$$\left. \begin{array}{l} M_{t_{cap.}}^{Ol.} = W_t^{Ol.} \cdot \tau_a^{Ol.}, \quad M_{t_{cap.}}^{Ol.} = 0,208 \cdot 100^3 \cdot 60 = 1,25 \cdot 10^7 \text{ Nmm}; \\ M_{t_{cap.}}^{Ol.} = 0,23 M_t, \end{array} \right\} \Rightarrow M_t'' = 5,43 \cdot 10^7 \text{ Nmm}.$$

Valoarea finala a momentului de torsiune capabil (vezi "cazul defavorabil"), este:

$$M_{t_{cap.}} \leq \min(M_t'; M_t'') \Rightarrow M_{t_{cap.}} \leq 3,61 \cdot 10^7 \text{ Nmm}.$$